

# REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA NO ENSINO MÉDIO – Incompreensões

## Conceituais <sup>1</sup>

Adriana Roselia Krausig<sup>2</sup>

**Resumo:** O presente trabalho foi desenvolvido com o intuito de analisar quais são as dificuldades de alunos que estão concluindo o ensino médio, com relação ao conceito de número racional na representação fracionária. O desenvolvimento da pesquisa ocorreu a partir de uma busca de pesquisa que tratava sobre a temática e a teoria dos registros de representação semiótica de Duval (2004, 2009). Este processo permitiu a elaboração de um instrumento de coleta de dados, contendo onze situações problemas, considerando os significados de frações defendidos por David e Fonseca (1997), os quais são: fração como medida, fração como quociente, fração como razão, comparando grandezas de naturezas diferentes e fração como operador. Este instrumento foi aplicado a duas turmas do terceiro ano do Ensino Médio. As respostas dos alunos foram analisadas considerando as atividades de conversão e tratamento, a partir da organização de um banco de dados com a explicitação dos acertos e erros dos alunos, para cada questão. Concluímos que os alunos embora concluintes do ensino médio, ainda não compreendem e significam o conceito de números racionais, na sua representação fracionária. Isso nos leva a afirmar que é necessário uma mudança profunda no processo de ensino desenvolvido na educação básica na matemática.

**Palavras-chave:** Registros de representação semiótica; Números racionais; Significados; Representação fracionária.

## Introdução

A opção pela temática se fez por conta das características importantes e que envolvem diretamente o ensino da matemática, que é a diversidade dos registros de representação semiótica que são obrigatoriamente mobilizados, quando falamos em aprendizagem matemática. Neste sentido, com a vivência como professora e estudante de licenciatura, em sala de aula percebi a grande dificuldade dos alunos em compreender determinados conceitos matemáticos, como é o caso dos números racionais, mais especificamente a representação fracionária. De acordo com Machado (2003, p.30), há uma pluralidade de registros de representação de um mesmo objeto, e a articulação desses diferentes registros é condição para a compreensão em matemática. Baseado em David e Fonseca (1997) está representação

---

<sup>1</sup> Este artigo foi elaborado a partir de encaminhamentos do componente curricular Estágio curricular supervisionado: trabalho de sistematização do curso em matemática – Licenciatura da UNIJUÍ – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do sul, sob orientação da Prof<sup>ª</sup> Cátia Maria Nehring.

<sup>2</sup> Acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul.

apresenta diferentes significados, tais como: medida, quociente, razão, grandezas diferentes e como operador.

A partir destes entendimentos e vivências, tornou-se necessário conhecer o desenvolvimento deste conceito para viabilizar processos de ensino e aprendizagem com relação ao número racional, especificamente a representação fracionária, conceito trabalhado na educação básica. Pesquisas apontam dificuldades nesta representação. Neste sentido, David e Fonseca tratam do conceito de número racional e a representação fracionária, destacando que uma das maiores dificuldades ocorre pela ênfase exagerada nos procedimentos e algoritmos (1997, p.2). Soares aponta que os alunos possuem dificuldades em fazer diferentes representações, seja ela algébrica, numérica ou gráfica (2007, p.21).

Duval (2004, 2009) quando expressa o estudo da atividade cognitiva diz que é necessário levar em consideração a importância das representações semióticas presentes na matemática, pelos seguintes motivos: em relação às possibilidades de tratamento (não é qualquer tipo de registro de representação que permite um determinado tipo de tratamento); pelo fato de que os objetos matemáticos não são diretamente observáveis (visto que eles não têm existência física e sua apreensão só é possível por meio de registros de representação); e também pelo fato de que existe uma grande variedade de representações semióticas possíveis para serem utilizadas (língua natural, gráficos, linguagem algébrica, figuras geométricas, entre outras).

Neste sentido, a presente pesquisa tem como objetivo identificar os tipos de registros de representação, utilizados por alunos do ensino médio, ao se depararem com situações problemas, envolvendo números racionais. Buscou-se identificar, a partir da teoria dos registros de representação, quais os registros e as atividades de tratamento e conversão utilizados por alunos do 3º ano do ensino médio em situações problemas envolvendo a representação fracionária. Estes registros apontam uma compreensão conceitual da representação fracionária?

### **Procedimentos Metodológicos**

A pesquisa que embasa a presente produção é de caráter qualitativo. Considera como instrumento de investigação situações problemas, referentes ao conceito de números racionais, na representação fracionária. Tem como unidades de análise os significados dos números racionais e os procedimentos de tratamento e conversão identificados a partir dos procedimentos realizados por alunos a partir de problemas propostos.

Inicialmente foram realizados estudos a fim de aprofundar o conhecimento teórico, visando a identificação e a organização das situações problemas propostas. Estas situações foram baseadas na pesquisa de David e Fonseca (1997). Após foi feito um levantamento de pesquisas que enfocavam os números racionais, na forma de representação fracionária, buscando compreender a teoria dos registros de representação. Concomitante a este movimento, iniciou-se a organização do instrumento de coleta de dados. Este foi organizado a partir de 11 situações problemas, considerando os significados de número racional, na representação fracionária, ou seja, medida, quociente, razão, grandezas diferentes e operador. No anexo deste artigo, consta o instrumento proposto.

O instrumento foi estruturado, a partir dos significados, sendo que as questões de 1 a 5 o significado foi de fração como medida. Em relação aos registros e a atividade de conversão na questão 1 era necessário converter uma representação numérica em figural, na questão 2 os alunos teriam que identificar a posição dos números na reta numérica, sendo utilizados frações, dízimas, fração mista e números decimais. Na questão 3 pedia-se para representar na forma figural, uma fração mista. A questão 4 se organizava a partir da ideia de equivalência, na qual era necessária a conversão para língua natural e também numérica. Na questão 5, a ideia era parte de um total, e a conversão se estabelecia no sentido da língua natural para representação numérica. Na questão 6 o significado era de fração como quociente, através de uma situação em que era possibilitado nas letras “a” e “b” a divisão, enquanto na letra “c” a conversão necessária seria através de uma representação numérica. Nas questões 7 e 8, foi utilizado o significado de fração como razão, sendo necessária a conversão da representação da língua natural para representação numérica. Nas questões 9 e 10 o significado era o de comparar grandezas de naturezas diferentes, em que a primeira exigia a conversão da representação numérica para língua natural e a questão 10, exigia a conversão da língua natural para a representação numérica. A última questão trazia o significado da fração como operador, exigindo a conversão da representação em língua natural para representação numérica.

Após a organização do instrumento, foi escolhida a escola para propor o instrumento, sendo esta uma Escola Técnica Estadual do interior do Rio Grande do Sul a qual autorizou a aplicação do instrumento aos alunos do terceiro ano do ensino médio o qual se realizou no dia 22 de setembro de 2014. Definiu-se junto a diretora da escola e professores de matemática, duas turmas de terceiros anos para a aplicação do instrumento, sendo elas a turma 305 com 31 alunos e a turma 303 com 30 alunos, totalizando 61 alunos respondentes.

A aplicação foi realizada pela pesquisadora tendo o acompanhamento dos professores responsáveis pelas turmas. A estratégia de aplicação do instrumento foi, explicar o porquê do

instrumento, expondo que o mesmo fazia parte de uma pesquisa de trabalho de conclusão de curso, em que os alunos não seriam identificados e que suas respostas seriam analisadas em relação a acertos e erros. Precisávamos que eles fizessem a leitura e desenvolvessem todo os registros na folha do instrumento, de forma individual e sem discussão com os colegas. Os alunos não foram identificados e tinham 2 períodos para resolver o instrumento.

A análise dos procedimentos realizados se efetivou, considerando a organização de um banco de dados no Excel, identificando aluno 1, aluno 2, aluno n, questão por questão se tinham realizado a atividade de conversão certa ou errada. Analisamos este banco de dados e organizamos o seguinte quadro, considerando o significado de cada questão, e as atividades de conversão, corretos, porcentagem, errados, porcentagem e branco e porcentagem.

**Quadro 1:** Significados dos problemas e conversões corretas, erradas e brancos.

Problema	SIGNIFICADOS	CONVERSÕES					
		C	%	E	%	B	%
1	Medida	44	72%	17	28%	0	0%
2	Medida	7	11%	43	71%	11	18%
3	Medida	0	0%	42	69%	19	31%
4 – A	Medida	50	82%	5	8%	6	10%
B	Medida	45	74%	12	20%	4	6%
C	Medida	28	46%	30	49%	3	5%
D	Medida	22	36%	32	52%	7	12%
5	Medida	36	59%	11	18%	14	23%
6 – A	Quociente	45	74%	14	23%	2	3%
B	Quociente	43	71%	16	26%	2	3%
C	Quociente	29	48%	25	41%	7	11%
7	Razão	2	3%	36	59%	23	38%
8 – A	Razão	8	13%	37	61%	16	26%
B	Razão	5	8%	35	57%	21	35%
C	Razão	10	16%	15	25%	36	59%
9	Grandezas de Nat. Diferentes.	35	57%	19	31%	7	12%
10	Grandezas de Nat. Diferentes.	40	66%	7	11%	14	23%
11	Operador	29	48%	16	26%	16	26%

C – Correto      E – Erro      B – Branco

Analisando este quadro, podemos fazer uma primeira análise considerando os acertos e os significados em cada questão. Estes representam efetivamente, o que os alunos acertaram em termos de respostas as situações problemas apresentadas. Neste sentido, fez-se uma análise de cada procedimento, questão por questão, tendo por objetivo identificar as atividades de conversão e tratamento realizados pelos alunos, verificando os entendimentos dos mesmos em relação a representação fracionária, a partir dos significados de número racional, representação fracionária e a teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Além desta análise de cada questão individualmente, também houve o cruzamento dos procedimentos entre os problemas, pois apresentavam conversões ou tratamentos que poderiam se relacionar, como por exemplo, as questões 1, 3 e 10 em que era solicitada a conversão da representação numérica para a figural e as questões 5 e 11, as quais envolviam a ideia de parte de um total.

Pode-se identificar através da pesquisa, que os alunos apresentam mais dificuldades ao trabalharem com a representação numérica, na forma de número misto. Identificou-se, que no significado de medida os alunos conseguiram um número maior de acertos na questão 1, a qual apresentava um registro de partida figural para um registro de chegada numérico, o que não aconteceu na questão 3, que abordava o mesmo significado, ou seja, o mesmo sentido de conversão, porém no registro numérico, este apresentava um tratamento de número misto.

### **Números Racionais e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica**

O surgimento dos números racionais de acordo com Caraça, aparece como uma necessidade que o homem tem de comparar as grandezas, pois, medir e contar são operações cuja realização a vida de todo os dias exige com maior frequência. A construção do número racional surge a partir do problema da medida ao determinar quantas vezes uma unidade de medida cabe em algo a ser medido, quando o padrão considerado não cabe um número exato de vezes, gera um impasse em que, respeitando o conjunto dos números inteiros, não seria possível resolver (2002, p.29).

A busca por uma solução para esse problema surge a partir de um longo processo de negação dessa impossibilidade, no qual a divisão antes era tida como impossível, passou a ser vista como um novo número, “[...] um novo conjunto numérico dos números racionais, ou campo racional – que compreende o conjunto dos números inteiros e mais o formado pelos números fracionários, estes são, de fato, os números novos.” (CARAÇA, 2002, p. 36).

Assim, de acordo com Caraça, surge, a partir do problema da medida, um novo conjunto numérico, formado pelo conjunto dos números inteiros e pelos números fracionários. Sendo assim, a presente pesquisa aborda a teoria dos registros de representação semiótica juntamente com o conceito de números racionais que, segundo Soares (2011, p.3), é o que pode ser escrito na forma  $a/b$  onde  $a$  e  $b$  são números inteiros, e  $b$  deve ser não nulo, isto é,  $b \neq 0$ . No entanto, essa notação  $a/b$  assume diferentes significados, dependendo do contexto que está inserida. São esses diferentes significados que precisam ser trabalhados na escola, com o intuito de levar

os alunos a compreenderem a importância desses números na Matemática, nas outras áreas do conhecimento e no próprio dia a dia.

Pode-se dizer que estes significados, os quais são identificados como: fração como medida nas palavras de Caraça (2002, p. 36-47) serve para determinar quantas vezes uma unidade de medida cabe em algo a ser medido, quando o padrão considerado não cabe um número exato de vezes. Fração como quociente que é associada a situações em que a divisão surge como uma estratégia para se resolver um problema com a ideia de partilha. Fração como razão que expressa um índice comparativo a partir da divisão. E fração como operador consiste em atribuir um papel de transformação: representando uma ação que se deve imprimir sobre um número ou uma quantidade, transformando seu valor neste processo.

De acordo com David e Fonseca (1997), é importante chamar atenção para o fato de que, do mesmo modo, existem várias compreensões para a representação fracionária, ou seja, podem ser produzidos significados diferentes e todos eles devem estar presentes no ensino, sob pena de restringir excessivamente o significado desta representação para os alunos. Reconhecemos que o significado de medida pode ser considerado o mais "simples", tanto do ponto de vista cognitivo, quanto do ponto de vista da associação ideia-modelo-símbolo. Entretanto, a frequência com que os outros significados aparecem socialmente (notadamente a ideia de razão) e/ou dentro do próprio desenvolvimento matemático (conforme tentamos ressaltar quando discutimos as ideias de quociente indicado e de operador), recomenda que a abordagem dada aos números racionais, desde as séries iniciais, já contemple todos os significados.

Com isso, torna-se necessário que o professor contemple em seu planejamento os diferentes significados e representações dos números racionais, não se restringindo somente ao registro numérico. Se faz necessário então, a utilização das conversões dos registros figurais, língua natural, numérico decimal, numérico fracionário e algébrico. Neste sentido, de acordo com a teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003, 2004, 2009 e 2011), quanto mais os alunos forem instigados a fazer conversões, mais estes jovens estarão compreendendo o conceito. Percebe-se que as conversões são desenvolvidas, mas na maioria das vezes em um único sentido.

De acordo com Soares (2007), torna-se importante entender que a notação  $a/b$  assume diferentes significados dependendo do contexto em que está inserida; pois muitas vezes os alunos dominam os algoritmos associados aos racionais, mas não o seu significado enquanto noções e princípios para a solução qualitativa dos problemas. Talvez um dos aspectos que colaboram para essas dificuldades seja a ênfase dada pelos livros didáticos aos algoritmos e não

a compreensão conceitual, o que exige trabalhar com contextos diferentes, estabelecendo significados e sentidos. Com isso, a vivência e a resolução de problemas são aspectos significativos a serem também considerados na elaboração dos planejamentos dos professores, cujo intuito é a construção, compreensão e representação do número racional (SOARES, 2007, p.15).

Salienta-se assim, que os registros de representação semiótica devem estar diretamente presentes no ensino da matemática na perspectiva de compreender, interpretar e descrever fenômenos referentes ao ensino e aprendizagem da matemática nos diversos níveis de escolaridade. É importante destacar que esta pesquisa utiliza como teoria os Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (2003) que tem se mostrado relevante instrumento de pesquisa, pois seu foco de estudo concerne à aquisição de conhecimentos matemáticos e a organização de situações de aprendizagem da Matemática. Destacando que a aprendizagem de conhecimentos matemáticos, precisa levar em consideração, além das exigências científicas próprias dos objetos matemáticos, o funcionamento cognitivo do pensamento humano.

Machado (2003, p.14) afirma que a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação. No caso em análise, que trata das diferentes representações do número racional, é imprescindível que os alunos consigam dar conta não somente da sua representação decimal, mas sim, de resolver situações, utilizando a representação fracionária a partir dos diferentes significados, inerentes a sua representação, estabelecendo processos de conversões significativas.

Duval (2009) afirma que a noção de representação está presente nas reflexões desde Descartes e Kant, no que se refere a preocupação com a constituição de um conhecimento, pois “não há conhecimento que não possa ser mobilizado por um sujeito sem uma atividade de representação” (p.29). O autor afirma que essa noção de representação pode ser compreendida em três retomadas, com determinações totalmente diferentes do fenômeno a ser designado.

A primeira delas como representação mental, fundamentada nos estudos de Piaget. A segunda como representação interna ou computacional, a qual está relacionada a uma codificação da informação. E a terceira como representação semiótica, sendo desenvolvida “no quadro dos trabalhos sobre aquisição de conhecimentos matemáticos e sobre os problemas consideráveis que sua aprendizagem origina” (DUVAL, 2009, p. 32).

Em relação às representações semióticas, o autor ainda coloca que suas especificidades consistem

[...] em serem relativas a um sistema particular de signos, a linguagem, a escritura algébrica ou os gráficos cartesianos, e em poderem ser convertidas em representações “equivalentes” em outro sistema semiótico, mas podendo tomar significações diferente para os sujeitos que as utiliza (DUVAL, 2009, p. 32).

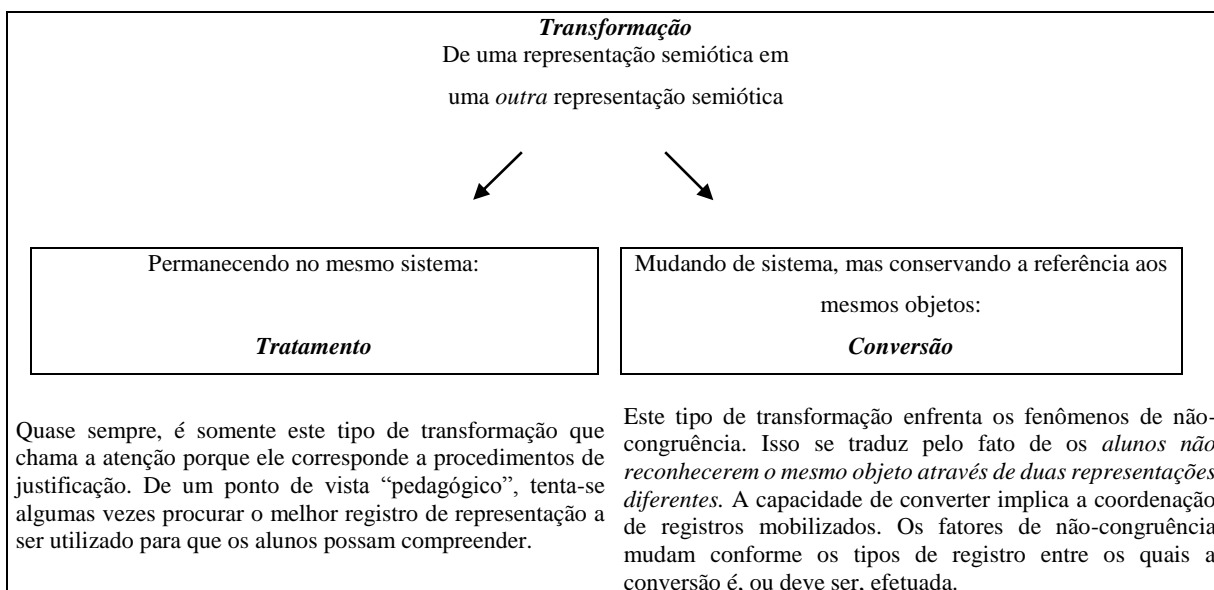
Isso significa que a noção de representação semiótica pressupõe “a consideração de sistemas semióticos diferentes e de uma operação cognitiva de conversão das representações de um sistema semiótico para outro” (DUVAL, 2009, p. 32).

Nesse sentido, a dificuldade enfrentada pelos alunos, é consequência da própria forma de ensino, pois, é necessário que o professor tenha domínio dos conteúdos com os quais trabalha, e que considera, principalmente, como ensinar e como se aprende estes conteúdos. Nesta perspectiva, os registros de representação semiótica, são potentes como uma ferramenta didática ao professor, possibilitando intervenções que exploram diferentes sentidos e significados do mesmo conceito.

Para Duval (2003) realizar uma conversão, não é só mudar o registro de representação é, também, explicar as variáveis pertinentes a estes registros envolvidos nessa conversão e as atividades de tratamento necessárias. Para ele cada uma das representações de um mesmo objeto matemático tem variáveis específicas, necessitando da complementaridade dos registros, pois o conteúdo de uma representação depende mais do registro de representação do que do objeto representado. Fatos estes, explicam por que a compreensão matemática está fortemente atrelada à mobilização e coordenação de ao menos dois registros de representação.

Destaca-se assim, que existem dois tipos de transformações/atividades: os tratamentos e as conversões. Estes são explicitados no quadro abaixo:

**Quadro 2:** A distinção entre tratamento e conversão



Fonte: (DUVAL, 2003, p. 15)



De acordo com MACHADO (2003, p.16), os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro: exemplo dos números racionais é a simplificação de frações, em que  $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ .

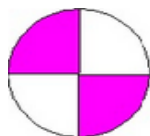
Já as conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da representação numérica fracionária  $\frac{1}{2}$  para a representação figural:



Em muitas situações de ensino dos números racionais, os alunos não conseguem identificar as formas de representação como sendo de um mesmo número. Pesquisas apontam que está problemática muitas vezes é consequência da falta de domínio destes conteúdos pelos professores, ou a falta de utilização de tratamentos diferenciados para um mesmo conceito, falta essa que pode levar o aluno ao erro e principalmente, a não apreensão conceitual.

Essas considerações podem ser exemplificadas no seguinte exemplo, o qual aponta diferentes representações para o número racional.

- (1) Representação fracionária:  $\frac{1}{2}$
- (2) Representação decimal: 0,5
- (3) Representação figural:



- (4) Representação pela língua natural: um meio ou metade.

Percebe-se no exemplo acima a mudança da forma de representação, não ocorrendo a mudança do objeto representado. Muitas vezes, os alunos conseguem trabalhar com uma dessas formas de representação, porém, quando se deparam com outra forma, sentem dificuldades e não conseguem resolver situações representadas de forma diferente, ou seja, não possuem a compreensão conceitual. Duval (apud, Soares, 2007), afirma que o fato de o aluno saber resolver uma atividade envolvendo o número racional na forma fracionária ou qualquer outra (semioses) não garante que ele tenha o conceito do objeto número racional (noésis). Isto porque, os registros de representação de cada objeto matemático são parciais em relação a ele. Sendo parciais, para ocorrer a noésis é necessário integrar todos os registros de representação significativos com suas especificidades próprias. Com a pesquisa busca-se identificar as

conversões e tratamentos realizados por alunos, bem como, os registros de representação utilizados, buscando verificar se os mesmos compreendem o conceito de frações.

### **Análise dos dados**

Partindo da análise de cada questão do instrumento identificou-se que os alunos apresentam grande dificuldade com relação aos diferentes significados da representação fracionária e como consequência, acabam não estabelecendo a conversão necessária a resolução dos problemas propostos. Neste sentido, para conseguirmos analisar os dados produzidos é importante discutir o que foi realizado em cada problema e quais os significados considerados.

Todos os problemas do instrumento abordaram diferentes significados da representação fracionária e também envolveram registros de partida diferentes, por exemplo, registro numérico para registro figural, registro na língua materna para registro figural. Destacamos, como apontamos no quadro 1, que as questões 1 a 5 exploraram o significado da fração como medida, a questão 6 fração como quociente, as questões 7 e 8 fração como razão, as questões 9 e 10 como comparação de grandezas diferentes e a questão 11 fração como operador.

Considerando os significados pode-se observar que os alunos apresentam mais dificuldades na fração como medida quando é necessária a conversão de um registro numérico para o figural, como é o caso do problema 2 que apresentou 89% dos significados errados/branco e 3 com 100% dos significados errados/branco. Os problemas 7 e 8 também apresentam um grande percentual de erros/brancos nos significados, sendo que no problema 7, 97% dos alunos erraram e deixaram em branco, no problema 8 letra “a” 87%, “b” 92% e na “c” 84% erraram e deixaram em branco. Salienta-se que ambas os problemas envolvem o significado da fração como razão, o que nos leva a afirmar que este não é compreendido pelos alunos. O problema 11 considera o significado da fração como operador, cujo percentual de erros/brancos é de 52%, o que evidencia também que este entendimento não é significado pelos alunos.

Analisando os procedimentos de conversão adotados pelos alunos, nos problemas 1 e 3 constatou-se que 72% dos alunos acertaram o primeiro problema e que nenhum aluno obteve êxito no problema 3. O primeiro problema exigia que o aluno convertesse o registro numérico fracionário em um registro figural, enquanto no problema 3 os alunos teriam que converter um registro numérico fracionário misto em um registro figural. Analisando a porcentagem de acertos percebe-se que os alunos apresentaram grande dificuldade na conversão da fração mista para a representação figural, podemos inferir que este tratamento é pouco explorado ou ainda

porque na maioria das vezes é usada somente uma modificação no tratamento. Ou seja, no registro numérico fracionário, o tratamento na forma de fração mista para o tratamento na forma de uma fração imprópria. Isso marca que não há uma mudança de registro, mas sim uma modificação no tratamento e que este ainda é incongruente aos alunos. Sendo necessária uma intervenção do professor a partir do ensino, propondo atividades efetivas considerando o tratamento da fração imprópria e sua transformação em diferentes registros.

Estes dados apresentam indícios da dificuldade e por sua vez da falta de compreensão dos tratamentos, pois, em ambas as questões 1 e 3 exigia-se a conversão da representação numérica para a representação figural. Porém na questão 3 exigia-se a conversão de um registro numérico no tratamento da fração mista para a representação figural, ou seja, estas questões exigiam o mesmo sentido de conversão, porém, com tratamentos diferentes.

As questões 2 e 3 enfocam o significado da fração como medida, na questão 2 constatou-se que cerca de 70% dos alunos localizaram corretamente na reta numérica a maioria dos números exceto o registro numérico no tratamento da fração mista, em que apenas 11% acertaram. Com relação a questão 3 que trata da conversão da representação numérica mista para a representação figural observou-se que nenhum dos alunos obteve êxito, sendo que dos 61 alunos, 42 alunos tentaram fazer a questão e erraram e 31% dos alunos deixaram em branco. Com isso, conclui-se que o registro numérico no tratamento da fração mista não é significado pelos alunos, podendo ser um indicador de fragilidade no ensino, ou seja, a representação numérica na forma de número misto é pouco explorada.

Ressalta-se ainda, que o problema 2 obteve um percentual de 71% de erros, a qual consistia em converter a representação numérica em uma representação figural na reta numérica. Analisando os tratamentos estabelecidos pelos alunos, identifica-se que a dificuldade está na localização da representação da fração mista na reta numérica. Percebeu-se que os alunos não conseguiram identificar a posição na reta das frações e principalmente na forma de fração mista, fato este que levou a grande maioria ao erro, evidenciando que o registro de representação numérica na forma decimal é melhor compreendida pelos alunos. Este fato pode indicar indícios da preferência dos professores optarem em trabalhar com os tratamentos no registro numérico, muitas vezes sem significado para o aluno.

Com relação ao problema 4 que também considera o significado de medida, destaca-se que os alunos tiveram mais facilidade em responder as letras “a” com 82% e “b” com 74% de acertos, do que nas letras “c” com 46% e “d” com apenas 36% de acertos. Nas duas primeiras o registro de partida era o da língua natural e o tratamento que deveria ser utilizado para resolver seria o numérico exigindo-se também na resposta o tratamento na língua natural, neste sentido,

estes foram os tratamentos utilizados pelos alunos para resolverem estas situações. Nas letras “c” e “d”, os alunos teriam que trabalhar com os dados da situação utilizando o tratamento numérico. Analisando as respostas dos alunos percebe-se que 46% acertaram a letra “c” e apenas 36% a letra “d”, ou seja, a maioria se equivocou, quanto a realização do tratamento numérico. Constata-se a dificuldade apresentada pelos alunos, o que pode indicar que as conversões cujo registro de partida é a língua natural e o registro de chegada o numérico não são efetivamente trabalhados na escola, pois, geralmente é cobrado somente o registro numérico, indicando que não existe uma compreensão conceitual.

Pode-se relacionar o problema 5 que traz o significado da fração como medida e o problema 11 que tem como significado a fração como operador, pois, ambos tem como registro de partida a língua natural e o registro de chegada o numérico. Destaca-se que o problema 5 tinha uma representação figural como intermediária, levando 59% dos alunos ao acerto, já no problema 11, apenas 48% dos alunos acertaram. Neste sentido, nota-se que o registro figural no problema 5 auxiliou os alunos, o que indica que dependo do registro de partida uma representação intermediária, pode de fato auxiliar na compreensão, possibilitando a realização de conversão significativa e com êxito.

Com relação ao problema 6 os alunos apresentaram dificuldades em converter um registro de partida na língua natural para a representação numérica com o significado de quociente, pois, acabaram realizando a divisão quando resultava em um número inteiro, levando a um número maior de acertos com 74% na letra “a” e 71% na “b”. Mas quando a divisão não resultou em um número inteiro o índice de acertos cai consideravelmente para 48% como é o caso da letra “c”. Com isso, nota-se que o registro numérico ainda não é significado pela maioria dos alunos, como identificamos na realização da atividade na letra “c” que exige o mesmo significado, mas que para ser realizada exige um tratamento diferente.

Os problemas 7 e 8 enfocam o significado de fração como razão, em que o registro de partida é o da língua natural e o de chegada o numérico. No problema 7 apenas 3% dos alunos acertaram, 59% erraram e 38% não fizeram. Da mesma forma, no problema 8 letra “a” 13% acertaram, 61% erraram e 26% deixaram de fazer, na letra “b” 8% acertaram, 57% erraram e 35% não fizeram, na letra “c” 16% acertaram, 25% erraram e 59% deixaram em branco. Analisando as respostas do problema 7, percebe-se que os alunos optaram apenas pelo registro na língua natural, faltando para eles a compreensão da situação, pois, tratava-se de comparar dois valores através do registro numérico. A partir da análise destes dados, verifica-se que o significado de razão não é compreendido pelos alunos, pois nos dois problemas envolvendo este significado, não se identifica um percentual significativo de conversões corretos.

Os problemas propostos solicitam diversas conversões envolvendo diferentes significados de: fração como medida, fração como quociente, fração como razão, comparação de grandezas diferentes e fração como operador. Percebe-se que os alunos, embora sejam concluintes do ensino médio demonstram não terem se apropriado dos significados dos conceitos envolvidos nas situações que apresentam contextos diferentes, ou seja, não obtém êxito em converter um registro em outro, o que aponta a não compreensão do conceito do número racional, na representação fracionária.

A análise global dos resultados dos problemas, pode indicar que o ensino privilegia certos tipos de registros, constatando-se também, que as conversões poderiam ser melhor trabalhadas entre os diferentes registros, pois, segundo Duval a transformação de conversão não é automática, ela envolve os aspectos de congruência e não-congruência, ou seja, trabalhar as conversões num único significado não quer dizer que os alunos conseguirão fazê-la no sentido inverso. Além disso, o trabalho com conversões requer que a organização dos conteúdos não siga uma forma excessivamente hierarquizada e que de fato seja possibilitado diferentes proposições de registros para o mesmo objeto matemático.

## **Conclusão**

Esta pesquisa teve por objetivo analisar, se alunos do ensino médio compreendem os números racionais, na sua forma de representação fracionária, a partir de situações problemas que envolvem diferentes significados e mobilizam diferentes registros de representação. Considerando que os conjuntos numéricos, são trabalhos em diferentes momentos na Educação Básica e é uma competência básica para o cidadão que está saindo do ensino médio, neste sentido, como alunos de uma escola compreendem este conceito? Para atingir tal objetivo, foi necessária a revisão de pesquisas já realizadas sobre o assunto, elaboração de um protocolo, contendo 11 situações, seu tabelamento e análise dos dados obtidos.

Buscou-se também, o aprofundamento teórico, subsídio este que auxiliou no desenvolvimento do estudo. Optou-se, então, pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003, 2004, 2009, 2011), na qual os conceitos matemáticos só são acessíveis por meio da mobilização de pelo menos dois registros de representação semiótica.

Com isso, pode-se analisar as situações que os alunos apresentaram maior dificuldade que foram a 2 e a 3, pois, tinham como registro de partida o tratamento numérico na fração mista para o registro de chegada na representação figural em que na questão 3 nenhum aluno conseguiu responder corretamente. Considerando a questão 4 nas letras “a” e “b” os alunos

erraram menos, pois tinham como registro de partida a língua natural e o de chegada também na língua natural, já nas letras “c” e “d” isso não se repetiu, pois, o registro de partida era a língua natural e o de chegada o numérico, tendo como consequência um índice maior de erros. A questão 6 que considera o significado de quociente apresentou maior dificuldade na letra “c” em que o percentual de erros foi maior, pois, resultava em uma fração em que sua divisão seria um decimal e não um número inteiro. Pode-se destacar também o grande percentual de erros nas questões 7 e 8 que tratavam do significado da fração como razão, indicando a fragilidade dos alunos ao trabalhar com situações que envolvem este significado. O que não é diferente na questão 11 que tratou do significado da fração como operador, a qual apresentou um expressivo percentual de erros.

Dessa forma, constata-se através da pesquisa, que os alunos, embora concluintes do ensino médio ainda possuem grande dificuldade com relação aos conceitos de números racionais, pois, os resultados das questões apontam que os alunos não se apropriam do conceito de número racional na representação fracionária, visto que para resolver situações básicas, apresentam grande dificuldade com relação a apreensão conceitual.

## **Referências**

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da Matemática**. 4. ed. Lisboa: Gradiva, 2002.

DAVID, M.M.S.; FONSECA, M.C.F.R. Sobre o conceito de número racional e a representação fracionária. In: **Presença Pedagógica**. Belo Horizonte v.3, n.14, mar/abr. 1997.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas**. Organização Tânia M.M. Campos. Tradução Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, R. Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. São Paulo: Papirus, p. 11-33, 2003.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais** (Fascículo I). Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R **Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales**. Santiago de Cali: Peter Lang, 2004.

GAVIRAGHI, A. **Alguns entendimentos do número racional na representação fracionária produzidos por alunos no início do 6º ano**. Monografia de conclusão do Curso de Matemática – Licenciatura, Unijuí, Ijuí-RS. 2012.

MACHADO, S D A. **Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica.** Campinas, SP. Papirus. 2003.

SOARES, M A da S. **Os Números Racionais e os Registros de Representação Semiótica: Análise de Planejamentos das Séries Finais do Ensino Fundamental.** Dissertação de Mestrado. Programa em Educação nas Ciências. UNIJUÍ, Ijuí-RS. 2007.

SOARES, M A da S. BRAVO, C L V. **Os números racionais na representação fracionária: um estudo de caso com alunos do 6º ano.** In: II CNEM – Congresso Nacional de Educação Matemática e IX EREM – Encontro Regional de Educação Matemática. 2011 Ijuí-RS. Anais <http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cnem/cnem/principal/cc/PDF/CC65.pdf>.

## ANEXO

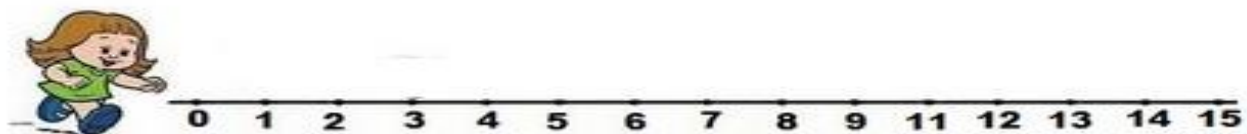
### PROTOCOLO DE PESQUISA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DO CURSO DE MATEMÁTICA – LICENCIATURA – UNIJUÍ

Estas atividades irão compor a pesquisa referente ao trabalho de conclusão do curso de Matemática Licenciatura, neste sentido ressalta-se que só serão utilizadas as respostas dos alunos, sendo que os mesmos não serão identificados.

1. Represente no retângulo abaixo,  $\frac{1}{6}$ :



2. Coloque na reta numérica os seguintes números:  $\frac{7}{4}$ ; 2,7; 1,5;  $2\frac{1}{4}$ ; 0,3333...;  $\frac{3}{7}$ :



3. Represente através de desenho, a seguinte fração  $2\frac{2}{3}$

4. Na segunda-feira você misturou 3 litros de tinta branca e 3 de tinta azul. Na terça-feira você misturou 2 litros de branca e 2 de azul.

a) A mistura vai ficar da mesma cor nos dois dias?

b) Por que? .....

.....

.....

.....



c) Que fração da mistura foi feita com tinta azul na segunda-feira?

d) E na terça-feira?

5. Ao final de um evento, os organizadores querem ter uma ideia de quantos certificados de participação terão que emitir. Os responsáveis pelas inscrições informam que "apenas  $\frac{2}{3}$  das vagas foram preenchidas". Os organizadores, sabem que o total de vagas abertas foi de 300, a partir dessa informação, diga quantos certificados deverão ser emitidos.



6. Quatro pessoas receberam uma cesta com 20 laranjas, 8 barras de chocolates e 3 queijos. Pergunta-se:

Quanto de laranja cada um recebeu?

Quanto de chocolate cada um recebeu?

Quanto de queijo cada um recebeu?

7. As firmas especializadas em recepções sabem que, normalmente, a relação entre o consumo de refrigerante Diet e o consumo de refrigerante comum é de  $\frac{2}{3}$  (lê-se: 2 para 3), ou seja, para cada 2L de refrigerante Diet consumidos, são consumidos 3L de refrigerante comum. Assim, ao programarmos uma festa, a previsão para compra dos refrigerantes deve considerar esta relação, seja qual for a quantidade total de refrigerantes que se vá comprar 30L de refrigerante comum; se forem 100L de Diet, serão 150L de comum etc. Expresse a quantidade do consumo do refrigerante diet do total de refrigerante consumido.

8. Um dos itens que definem a classificação no ranking (e os vultosos salários) dos jogadores de basquete do NBA é sua capacidade de converter arremessos livres em jogos oficiais. Como a oportunidade de fazer os arremessos não é a mesma para todos, torna-se necessário computar os índices de cada um para que se proceda a uma comparação da performance dos jogadores. Assim, não podemos afirmar que certo jogador está pior em arremessos livres do que outro só porque, em jogos oficiais, ele converteu 28 arremessos enquanto o outro converteu 30, na mesma temporada. Pergunta-se:

a) Se o primeiro teve 35 lances livres e o segundo 40. Qual está melhor classificado?

b) Supondo agora que mantendo-se esses índices, se ambos tivessem a mesma oportunidade de arremessos (60 arremessos). Que jogador converteria mais?

c) Expresse e compare os índices de conversão de arremesso dos jogadores (resposta da letra a) utilizando a porcentagem.

9. O que significa 80 km/h?

.....  
.....  
.....

10. A relação adulto criança no berçário de uma creche não deve exceder 2 adultos para cada grupo de 9 crianças. Represente esta situação.

11. Segundo dados levantados,  $\frac{2}{3}$  dos formandos em Pedagogia ingressarão na carreira do magistério. Se tivermos 96 formandos na Pedagogia, quantos ingressarão na carreira de magistério?