

# HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO UM RECURSO METODOLÓGICO NO ENSINO DE FRAÇÃO<sup>1</sup>

Suelen Cibeli Wottrich<sup>2</sup>

**Resumo:** O presente artigo se constitui a partir de uma pesquisa qualitativa que objetiva compreender como a história da matemática, vista como um recurso metodológico, pode contribuir no ensino e na aprendizagem de frações. Para tanto, traz como questão norteadora: *como a história da matemática, entendida como um recurso metodológico, pode contribuir no ensino de frações no 6º ano do Ensino Fundamental?*. As análises foram proporcionadas a partir do desenvolvimento de um planejamento de ensino, baseado no problema da medida vivenciado no Egito e evidenciado por Caraça (2002). Tendo como material empírico o planejamento, as transcrições e as anotações do diário de campo e as fotos tiradas dos materiais/registros produzidos pelos alunos. Com o intuito de analisar estes materiais a presente pesquisa apresenta duas unidades de análise, a primeira considerando a ideia da medida, e a segunda tratando da organização do conceito de fração a partir da história matemática das frações. Verificando, dessa maneira a potencialidade do recurso à história da matemática e também da investigação matemática, por constituírem um contexto em que o conceito matemático pode ser ressignificado.

**Palavras-chave:** história da matemática; frações; investigação matemática.

## Introdução

Como acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática e professora desta área/disciplina nos anos finais do ensino fundamental, percebo que a necessidade de mudanças no contexto escolar é urgente. As competências e habilidades exigidas atualmente, tanto dos professores quanto dos alunos da educação básica, remetem a analisar e a buscar novas formas de ensinar e de aprender conceitos matemáticos. Em relevância a esses aspectos, novas metodologias de ensino são postas em discussão no curso de formação inicial de professores, entre elas, destaco a investigação matemática e o recurso à história da matemática. Estas metodologias permitem uma contextualização dos conceitos, possibilitando que, desta forma, a matemática se torne mais significativa.

A história da matemática, entendida como um recurso metodológico, considera diferentes contextos e situações vivenciadas pelos nossos antepassados. Estas situações

---

<sup>1</sup> Este artigo foi elaborado a partir de encaminhamentos do componente curricular Estágio Curricular Supervisionado: Trabalho de Sistematização do Curso de Licenciatura em Matemática da UNIJUÍ – Universidade Regional do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul, sob orientação da Prof<sup>a</sup> Isabel Koltermann Battisti.

<sup>2</sup> Acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul.

quando evidenciadas em sala de aula, podem se configurar como um grande potencial para ensinar matemática, pois estão inseridas num contexto e possibilitam um reconhecimento histórico de entendimentos e de procedimentos matemáticos para resolver determinados problemas existentes na época. Sob esta perspectiva,

A própria História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria matemática. (BRASIL, 1998, p.40).

Entende-se que a história da matemática, como um recurso metodológico, amplia as possibilidades de o professor atrair a curiosidade do aluno, pois envolve a própria história de culturas antigas, as quais desenvolveram seus próprios métodos e procedimentos necessários para a solução de diferentes situações problemas, sejam estas advindas de vivências no cotidiano, de outras áreas de conhecimento ou de questões intrínsecas da matemática. Estes entendimentos e procedimentos se estabeleceram no decorrer do desenvolvimento da sociedade e permitiram, possibilitaram e impulsionaram o avanço tecnológico atual, assim como avanços tecnológicos possibilitaram/possibilitam o desenvolvimento da própria sociedade. Então, a partir do desenvolvimento de diferentes culturas, foram se constituindo os conceitos que hoje são ensinados e ressignificados nas escolas, e que,

Ao verificar o alto nível de abstração matemática de algumas culturas antigas, o aluno poderá compreender que o avanço tecnológico de hoje não seria possível sem a herança cultural de gerações passadas. Desse modo, será possível entender as razões que levam alguns povos a respeitar e conviver com práticas antigas de calcular, como o uso do ábaco, ao lado dos computadores de última geração. (BRASIL, 1998, p. 43).

A partir do problema histórico da medida, por exemplo, surgiu a necessidade de um novo número para representar as medidas, pois somente valores “inteiros” não davam conta de certas situações, desta maneira, surgiu o número racional na representação fracionária. Problematizações relacionadas à significação destes conceitos matemáticos desencadearam muitas pesquisas que tratam maneiras de significar o aprendizado desses números no contexto escolar. Buscam a partir de contextos históricos e sociais, alternativas para contextualizar o ensino de alguns conceitos e para isso, o professor dispõe de algumas metodologias, dentre elas, a investigação matemática, esta deve ser considerada como suporte para o processo de ensino e de aprendizagem. Sob essa perspectiva, Mendes sugere que a história da matemática seja

introduzida a partir de atividades de investigação, devendo, assim, suprir necessidades exigidas por ela,

Com base nessas concepções, as informações históricas podem ser usadas na geração da Matemática escolar desde que o professor consiga inserir em suas aulas uma dinâmica experimental investigatória (a pesquisa como princípio científico e educativo) através do levantamento e da testagem de suas hipóteses acerca de alguns problemas históricos investigados e de atividades manipulativas extraídas da história da Matemática. (MENDES, 2009, p. 91).

Diante destas proposições, destaca-se que a história da matemática pode ser inserida no contexto de uma atividade, seja ela investigativa e/ou manipulativa. A partir de problemas históricos cria-se o cenário para as novas aprendizagens, sendo a história um fator constituinte dos conceitos para proporcionar a sua compreensão. Ponte corrobora com estas discussões ao afirmar que

Uma investigação matemática desenvolve-se usualmente em torno de um ou mais problemas. Pode mesmo dizer-se que o primeiro grande passo de qualquer investigação é identificar claramente o problema a resolver. Por isso, não é de admirar que, em Matemática, exista uma relação estreita entre problemas e investigações. (PONTE, BROCARD e OLIVEIRA, 2003, p.3).

A investigação matemática pode ser considerada como uma metodologia que possui potencialidades para ensinar matemática em sala de aula, por possibilitar que o aluno se caracterize como um investigador e descobridor do conhecimento. Assim, o uso dessa metodologia em sala de aula, vem sendo cada vez mais incentivado na formação de futuros professores. Para tanto, alguns autores como Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) apresentam algumas etapas para uma aula de investigação, as quais destaco:

- Exploração e formulação de questões;
- Conjecturas – formular conjecturas;
- Testes e reformulação;
- Justificação e avaliação.

Na atividade de investigação considera-se a relevância do conceito abordado, que neste caso, é a criação dessa nova maneira de representar medidas que não são inteiras evidenciando a gênese do conceito de fração e, desta forma, tem-se um contexto necessário para realizar a atividade de investigação. Este contexto é de grande importância por ser histórico e despertar nos participantes o interesse e a significação dos conceitos abordados. Mendes contribui com estas discussões ao afirmar que,

Utilizar tais princípios, aliados à dimensão histórica pode conduzir a investigação em sala de aula, dando maior significação à matemática escolar. Isso porque o conhecimento histórico pode, muitas vezes, estar implícito nos problemas suscitados na atividade ou, até mesmo, explícito nos textos

históricos resgatados de fontes primárias (textos originais, documentos ou outros artefatos históricos) ou secundárias (informações de livros de história da Matemática ou de livros paradidáticos). (MENDES, 2009, p. 93).

Vários autores/pesquisadores desenvolvem estudos relacionados ao campo dos números racionais, à história da matemática como um recurso metodológico e a investigação matemática como uma metodologia de ensino, dentre estes, neste momento, destaco Caraça (2002) que aborda a construção do campo racional através do problema da medida; Mendes (2009) que trata da História da Matemática e o ensino da Matemática escolar, Boyer (1974) que trata da necessidade do conceito de frações e de sua notação egípcia; Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) que apresentam as etapas de investigação; Ifrah (1997) que aponta a origem do numeral egípcio; Spinelli (2011) discute temáticas relacionadas à contextualização e sobre a história da matemática no ensino de matemática; entre outros.

Considerando o contexto do ensino atualmente, pretendo, com o desenvolvimento desta pesquisa, ampliar os entendimentos acerca da origem dos números fracionários, como uma criação humana. Para isso, busco a constituição destes números na história da matemática a partir de diferentes unidades/instrumentos de medida, estabelecendo uma contextualização com possibilidades de significação dos conceitos abordados. Pois acredito que,

A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. (BRASIL, 1998, p. 42).

Considerando a história da matemática como um recurso metodológico para se fazer Matemática em sala de aula e os alunos como construtores de seu saber, proponho o desenvolvimento desta pesquisa que tem como objetivo *compreender a constituição dos números fracionários a partir de sua gênese na história da matemática* e que considera como questão norteadora: *como a história da matemática, entendida como um recurso metodológico, pode contribuir no ensino de frações no 6º ano do Ensino Fundamental?*

## **1. Procedimentos Metodológicos**

A pesquisa que fundamenta este artigo tem um caráter qualitativo e para a produção dos dados empíricos considera o desenvolvimento de um planejamento de ensino baseado na investigação matemática que utiliza como recurso metodológico a história da matemática. O referido planejamento foi desenvolvido pela própria pesquisadora<sup>3</sup> em duas turmas do 6º ano do ensino fundamental de duas escolas da rede pública, uma localizada na zona rural e outra na zona urbana de um município do interior do Rio Grande do Sul. A turma da escola localizada na zona rural é composta por 9 alunos e para as análises da pesquisa será designada por E1 (Escola 1). Já a turma da escola localizada na zona urbana é composta por 11 alunos e será designada por E2 (Escola 2). Em ambas o desenvolvimento do planejamento foi realizado em seis (6) períodos de aula.

No planejamento de ensino foram consideradas situações da história da matemática relacionadas ao problema da medida apresentado por Caraça (2002), no que trata do problema da medida como construção do Campo Racional. Este diz que, no Egito o rei Sesóstris repartiu entre os egípcios as terras às margens do rio Nilo de modo que cada um ficasse com a mesma quantidade de terra, sendo que a cada ano pagariam os impostos desta terra ao rei. Algumas terras acabavam sendo desmarcadas com a enchente do rio, e quem se sentisse prejudicado deveria falar com o rei, que este mandava medidores para novamente medir as terras, cobrando os impostos somente da porção de terra que restara após a enchente.

O planejamento de ensino considera esta situação problema vivenciada no Egito, propõe questionamentos relacionados à necessidade da numeração fracionária, pois nem sempre a unidade de medida utilizada podia ser expressa por um número exato (inteiro). Esta unidade de medida utilizada pelos egípcios era chamada de *côvado* ou *cúbito* e correspondia a medida do cotovelo ao dedo médio do braço do rei. Dessa maneira, o desenvolvimento do planejamento proporciona, a partir de uma necessidade, o estudo de um novo número capaz de solucionar esse problema. O planejamento possibilita o entendimento de que, a partir da necessidade de resolver problemas foi criado a representação fracionária de números racionais, tendo como ideia a subdivisão da

---

<sup>3</sup> Atuo como professora dos anos finais do ensino fundamental na rede pública municipal, especificamente 6º e 7º anos do ensino fundamental na área de matemática e em uma turma do 7º ano na área de ciências também. Este exercício se deu em função de um contrato emergencial, tendo como período de vigência de julho à dezembro de 2014.

unidade de medida em partes menores, ou seja, em frações que tiveram suas primeiras representações nas frações egípcias.

A situação de ensino proposta no planejamento foi elaborada tendo como princípio uma situação análoga a vivenciada pelos egípcios quando precisavam demarcar suas terras à beira do rio Nilo. Para tanto, considera situações em que devam ser realizadas medições com uma unidade de medida pré-estabelecida. Assim, a partir da medida surge a necessidade da representação de números não inteiros, de forma semelhante ao que aconteceu no Egito, na história que posteriormente foi relatada aos alunos.

Visando uma melhor organização e compreensão do planejamento, este foi elaborado considerando diferentes momentos de proposição do ensino, tendo como primeiro momento a proposta de alguns questionamentos referentes à medida. O segundo momento contempla a atividade investigativa com a realização da medição de alguns objetos da sala de aula e a representação desses valores em um quadro, sendo considerada uma unidade de medida estabelecida.

O relato da primeira parte da história matemática encontra-se no terceiro momento, juntamente com alguns questionamentos, considerando no quarto momento a ideia da divisão da unidade de medida em partes menores e iguais e a segunda medição dos objetos utilizando estas novas unidades de medida. O quinto momento se encarrega da discussão e análise das novas medidas e a comparação da solução proposta em sala de aula com o que foi presenciado na história da matemática. O sexto e último momento, considera os processos de ressignificação e formalização do conceito abordado no desenvolvimento dos momentos anteriores.

Para as análises constitutivas da pesquisa será considerado como material empírico o desenvolvimento das situações de ensino propostas no planejamento. Este foi desenvolvido em 6 aulas (horas/aulas) para cada uma das turmas. Estas aulas foram gravadas e posteriormente transcritas, como também foram feitos vários apontamentos no diário de campo. Assim o material empírico para a presente pesquisa é constituído a partir do planejamento, das transcrições e das anotações do diário de campo e das fotos tiradas dos materiais/registros produzidos pelos alunos.

Com o intuito de manter o anonimato dos alunos, na presente escrita, estes são identificados como aluno A, aluno B, e assim, sucessivamente. Para as análises serão selecionados alguns momentos das aulas os quais estou denominando por episódios por

considerarem elementos que, neste momento, entendo como potenciais ao atendimento do objetivo da pesquisa.

O aporte teórico para a constituição das análises considera estudos desenvolvidos por Caraça (2002), Ifrah (1997), Spinelli (2011), Mendes (2009), Boyer (1974). A partir dos dados empíricos produzidos e do referencial teórico foi definida duas unidades de análise, a primeira considerando a ideia da medida, abordada na atividade investigativa proposta no planejamento, e a segunda tratando da organização do conceito de fração a partir da história matemática das frações.

## **2. A história da matemática no ensino de frações**

A história da matemática entendida como um potencial para o ensino de conceitos matemáticos, neste caso, o conceito de frações, proporciona o resgate histórico do conceito. Assim, a busca de diferentes contextos configura um ambiente matemático onde o ensino pode ser potencializado a partir da vivência de atividades investigativas e manipulativas. Com isso, constitui-se diferentes maneiras de compreender e de significar a matemática cotidiana, de acordo com Walter Spinelli,

A ideia da contextualização do ensino da Matemática está, no senso comum, direta e unicamente associada à aplicação dos conceitos em situações cotidianas. Esta é, de fato, uma das possíveis formas de estimular a atribuição de significados aos objetos de estudo, mas não é a única e nem sempre é a mais importante. [...] o conhecimento exige ser construído com base nas relações estimuladas por múltiplos contextos, com diferentes características,[...]. (SPINELLI, 2011, p. 13).

Sob estes entendimentos, a história da matemática pode se configurar como um contexto capaz de evidenciar os procedimentos e soluções advindas de necessidades vivenciadas por antepassados, que constituíram vários conceitos a partir de problemas enfrentados na época. Situações análogas à estas quando utilizadas em sala de aula podem produzir nos alunos o entusiasmo pelo estudo e a curiosidade de buscar novos conhecimentos, fazendo com que atribuam um significado aos conceitos abordados no decorrer das aulas. De acordo com Spinelli,

Estudar matemática com base em contexto composto a partir da História da Matemática representa resignificar elementos da época do surgimento do conceito, especialmente os culturais, com o objetivo de produzir sequências de atividades que aproximem as condições históricas da realidade atual do estudante. (SPINELLI, 2011, p. 97).

Com este propósito, evidencio a utilização da história da matemática como um recurso metodológico, pois pode apresentar, a partir de atividades investigativas, diferentes caminhos para se fazer matemática em sala de aula. Assim, com o intuito de

analisar a potencialidade da metodologia da investigação matemática, tendo como recurso a história da matemática, será proposto o desenvolvimento de duas unidades de análise para a presente pesquisa, tendo como base o desenvolvimento do planejamento de ensino nas escolas citadas inicialmente.

### **2.1. A ideia da medida na proposição do estudo de frações**

O planejamento tem como foco principal a ideia do problema histórico da medida vivenciado pelos egípcios, o qual deu origem aos números racionais na sua forma fracionária. Sua finalidade está no reconhecimento da importância da criação deste campo numérico e também a evidência histórica deste fato.

Inicialmente, em seu primeiro momento, o planejamento apresenta alguns questionamentos em relação ao conceito de medida, instigando os alunos a pensar sobre o que eles entendem por medida, se já realizaram alguma medição e como que procederam, o que utilizaram para medir e quais as medidas que conhecem e utilizam em seu dia-a-dia. Referente a isso, Caraça (2002) apresenta que medir é o ato de comparar duas grandezas de espécies iguais, por exemplo, dois comprimentos. Para fazer a comparação deve-se verificar quantas vezes uma medida cabe na outra e para isso deve ser estabelecida uma unidade de medida.

Como se trata do ambiente escolar, no segundo momento, foi proposto aos alunos que realizassem algumas medições de objetos da sala de aula, com o auxílio de canudos de refrigerante, ou seja, a unidade de medida utilizada era o comprimento de um canudo. A cada medida realizada os alunos deveriam encontrar maneiras de representar em uma tabela os valores obtidos.

Para problematizar e ampliar as possibilidades de compreensão dos procedimentos desenvolvidos, no terceiro momento, foi apresentada a história da matemática considerando a gênese das frações - que pode explicitar e significar o surgimento do campo racional em suprimento à necessidades humanas advindas de diferentes contextos históricos -. Com este propósito, evidencio a utilização dos recursos metodológicos em atividades de investigação matemática, pois constituem diferentes estratégias para se fazer matemática em sala de aula apresentando os conceitos a partir de diferentes contextos. Referente a isso, observa-se nos Parâmetros Curriculares Nacionais que,

É consensual a idéia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática. Dentre



elas, destacam-se a História da Matemática, as tecnologias da comunicação e os jogos como recursos que podem fornecer os contextos dos problemas, como também os instrumentos para a construção das estratégias de resolução. (BRASIL, 1998, p.42).

Nesse sentido, o desenvolvimento do planejamento, realizado com os alunos das duas escolas, inicia com alguns questionamentos tais como: *O que você entende por medida? Você já mediu algo? O que? De que forma? O que você utilizou para medir? Como procedeu para obter a medida? Quais as unidades de medida que você conhece/utiliza em seu dia a dia?*. Para estes questionamentos iniciais, propostos no primeiro momento do planejamento, surgiram diferentes respostas, como a relatada pelo aluno A da E1 na primeira aula.

*Para medir algo temos que ter a unidade de medida e o suposto objeto para medir, medindo o objeto com a suposta unidade de medida obtemos um resultado de medida, podemos medir qualquer coisa com a unidade de medida definida.*

*Eu já medi a parede da minha casa com meu pai, eu ia caminhando e quando desse 4 metros ele diria para mim parar, já medi quantidades de receitas como 1 copo, meia xícara, etc.*

*Eu utilizei uma fita métrica, às vezes também meço algo com uma régua, palmas e passos.*

*Eu queria fazer uma linha de 60 centímetros e a régua tinha 30 centímetros, então coloquei a régua 2 vezes e obtive o meu resultado, 60 centímetros.* (Aluno A, E1. WOTTRICH, 2014).

Neste relato, as análises apontam que o aluno evidencia a importância da escolha da unidade de medida para efetuar a medição, procedimento relatado por Caraça como de grande relevância, pois sem a unidade de medida, este processo seria praticamente impossível. Ainda observa-se que o Aluno A para fazer a linha de 60 centímetros tendo como unidade de medida a régua de 30 centímetros, teve que colocá-la duas vezes sobre a linha para obter essa medida. Assim,

É, portanto, necessário:

Estabelecer um estalão único de comparação para todas as grandezas da mesma espécie; esse estalão chama-se unidade de medida da grandeza de que se trata – é, por exemplo, o centímetro para os comprimentos, o grama-peso para os pesos, o segundo para os tempos, etc. (CARAÇA, 2002, p. 30).

Diante destas proposições, deve-se estabelecer uma unidade de medida coerente com a atividade proposta, de acordo com o que se pretende medir, para que esta atividade não se torne demasiadamente cansativa e acabe desfocada e sem sentido para os alunos, Caraça (2002, p. 30) amplia as condições desta análise ao afirmar que “[...]a escolha da unidade faz-se sempre em obediência a considerações de carácter prático, de comodidade, de economia”. Nos relatos do Aluno A e do Aluno B (segue abaixo), verifica-se a utilização de uma unidade de medida diferenciada, obtida pela comparação da unidade de medida com o que se pretende medir.

Depois de estabelecida a unidade de medida, de acordo com anotações no diário de campo, foram realizadas medições considerando quantas vezes esta unidade “cabe” no que foi escolhido para medir e, desta forma se obterá a medida, ou seja, o número de vezes que a unidade coube em cada objeto. Estes procedimentos são evidenciados por Caraça (2002) ao tratar as três fases intrínsecas ao problema da medida: a escolha da unidade de medida, a comparação com esta unidade e a expressão do resultado como um número.

As análises do diário de campo apontam que, com os questionamentos alguns alunos da E1 comentaram de uma situação da confecção de cochos para animais, sendo que para cortar as tábuas eles colocavam uma tábua com a medida do cocho em cima da outra para ter o mesmo tamanho e cortar igualmente. Como se observa na transcrição do aluno B, ocorrida na aula 1.

*Eu entendo que medida pode ser medido por qualquer coisa. Eu e meu pai fomos fazer um cocho para as ovelhas e para medir coloquei uma tábua em cima da outra e cortei do mesmo tamanho. Conheço as medidas como a da minha roupa que é o tamanho 12. (Aluno B, E1. WOTTRICH, 2014).*

As análises do diário de campo apontam que, após esta situação, a professora deu continuidade no desenvolvimento do planejamento, partindo para o segundo momento, que considera a atividade investigativa envolvendo a ideia de medida a partir de uma unidade de medida pré-estabelecida, sendo que neste caso é um canudo de refrigerante. A atividade se inicia com a proposta de medir alguns objetos da sala de aula tendo como unidade de medida o comprimento do canudo, sendo representadas suas medidas em um quadro, como o que segue abaixo, registrado pelo aluno C, da E1.

Figura 1 – Atividade investigativa - Medida

O que medir?	Qual a unidade de medida considerada?	Qual a medida obtida?
Largura mesa aluno	um canudo	2 e a metade
Altura mesa aluno	um canudo	quase 2
Largura mesa professor	um canudo	quase 5
Altura mesa professor	um canudo	2 e mais que meio
Altura da porta da sala	um canudo	8 e um pouco
Largura da janela	um canudo	8 e um pouco
Largura da lousa	um canudo	10

Fonte: Aluno C, E1. (WOTTRICH, 2014)

Analisando o quadro, verifica-se a maneira como o aluno conseguiu representar os valores obtidos com a medição dos objetos da sala, considerando que para valores não exatos de canudos o aluno utilizou a notação *meio*, *quase*, *mais que meio*, *menos que meio*, *um pouco*, para representar essas medidas não inteiras, considerando sempre como unidade de medida um canudo.

A análise das anotações do diário de campo possibilitou o recorte de um excerto. Este apresenta uma passagem quando a professora é questionada pelos alunos sobre a utilização dos números fracionários; “para que serve?”, “no que vamos usar?”. Considerando isso, ela relatou uma situação da compra de tecidos em uma loja, mencionando que não se pode chegar na loja e pedir um pouco de tecido, mais que meio, menos que meio, etc. Mas que é preciso saber a medida exata para que o vendedor possa ter um bom entendimento do que é solicitado. A professora ressalta ainda, que estas medidas não expressas com números inteiros também podem ser encontradas em receitas.

Diante destas proposições, evidencio a necessidade de representar com precisão as medidas utilizadas em nosso dia a dia, sendo que a utilização da notação *quase meio*, *um pouco*, *mais que meio*, *menos que meio*, não nos garante a quantidade precisa desta medida. Assim, se não ficar estabelecido um padrão único de medida para as devidas situações fica complicada a vida em sociedade, pois de acordo com Caraça,

Este simples resultado – comprimento *maior* ou *menor que* – não chega, porém, na maioria dos casos. Pede-se, em geral, uma resposta a esta pergunta – *quantas* vezes cabe um comprimento noutro? Mas isto não é tudo ainda; se não houver um termo de comparação único para todas as grandezas de uma mesma espécie, tornam-se, se não impossíveis, pelo menos extremamente

complicadas as operações de troca que a vida social de hoje exige. (CARAÇA, 2002, p. 29).

Percebo ainda que o aluno D, representou as mesmas medidas de maneira diferenciada, utilizando numerais com vírgula, considerando antes da vírgula a quantidade de canudos inteiros e depois da vírgula um correspondente para a parte que não deu inteira do canudo. Conforme a imagem abaixo.

Figura 2 – Atividade investigativa - Medida

O que medir?	Qual a unidade de medida considerada?	Qual a medida obtida?
Largura mesa aluno	2	2,5
Altura mesa aluno	1	1,7
Largura mesa professor	4	4,6
Altura mesa professor	2	2,5
Altura da porta da sala	6	6,5
Largura da janela	8	8,0
Largura da lousa	10	10,0

Fonte: Aluno D, E2. (WOTTRICH, 2014)

Destaco, com a análise destes excertos, os diferentes registros de representação dos alunos, pois o Aluno C representou as medidas descrevendo como metade, quase, mais que meio, um pouco. Já o Aluno D, utilizou uma notação de números racionais para a representação da medida, apresentando um maior nível de significação do conceito, pois representou a medida de maneira formalizada. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais,

Essas características permitem conceber o saber matemático como algo flexível e maleável às inter-relações entre os seus vários conceitos e entre os seus vários modos de representação, e, também, permeável aos problemas nos vários outros campos científicos. Um saber matemático desse tipo pode ser o motor de inovações e de superação dos obstáculos, desde os mais simples até aqueles que significam verdadeiras barreiras epistemológicas no seu desenvolvimento. (BRASIL, 1998, p. 26).

Vale ressaltar ainda que, para a unidade de medida considerada, o Aluno D representou a quantidade de canudos inteiros que utilizou na medição de determinado objeto. A análise desta situação indica que o referido aluno não compreendeu o significado de unidade de medida, ou seja, o entendimento do que é unidade de medida não ficou claro para o aluno. Assim, destaco os diferentes entendimentos e caminhos que a atividade de investigação pode conduzir na sala de aula, pois a verdadeira

Matemática se constitui a partir da apropriação do conhecimento pelo aluno, seja esta feita como ele melhor entender, de acordo com PCN

A atividade matemática escolar não é “olhar para as coisas prontas e definitivas”, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade. (BRASIL, 1998, p. 56).

Anotações no diário de campo indicam que após os dados serem organizados nos quadros, a professora proporcionou no terceiro momento, a discussão dos valores obtidos com toda a turma de alunos nas duas escolas, então realizou mais alguns questionamentos, analisando esses dados. Dessa forma foi questionado se todas as medições resultaram em valores inteiros, como foi representado as medidas não exatas e se esta maneira de representação era adequada, verificando se poderia haver uma maneira melhor de representação. Ainda, considerando a situação vivenciada pelos alunos e o problema encontrado, estes foram instigados pela professora a pensar se os seus antepassados na constituição de sua história enfrentaram situações semelhantes a esta.

As análises das anotações do diário de campo apontam que, com o debate das questões entre professora e alunos, pode-se verificar que a representação encontrada não seria a ideal, pois em certos objetos os alunos tiveram que usar notações como *mais de meio*, *menos de meio* e *um pouco*, consideradas bastante relativas, não precisas, quando se trata de medidas. Então buscando uma justificativa para esta situação a professora, ainda no terceiro momento, propôs o relato da primeira parte da história da matemática para o surgimento das frações, já citado inicialmente, buscando encontrar na história um fato semelhante.

Segundo a análise de excertos das transcrições das aulas que foram gravadas, observo que com o relato da história do rei Sesóstris e a demarcação das terras à beira do rio Nilo, foi proposto mais um questionamento com o intuito de continuar a investigação: *O que fazer se o pedaço de corda entre dois nós, considerado como unidade de medida, não coubesse um número exato de vezes no comprimento a ser medido?* (Planejamento, WOTTRICH, 2014). A partir desta situação a professora incentivou os alunos a tentar encontrar uma maneira de solucionar este problema, partindo para o quarto momento do planejamento. Para nortear essa parte da investigação os alunos foram instigados a pensar na unidade de medida utilizada, se ela estava de acordo em todas as medições, o que deveria ser feito com esta unidade de medida para que o valor obtido fosse mais preciso.

Considerando as observações do diário de campo, a partir de questionamentos quanto à unidade de medida utilizada, um canudo de refrigerante, foi proposta a divisão desta em partes menores e iguais, para que os alunos pudessem realizar novamente as medições e agora estimar com uma maior precisão o valor de cada medida, nesse momento alguns alunos escreveram as partes obtidas da divisão como um meio, um terço, um quarto, seguindo a ideia de número fracionário e número misto sem ainda representá-lo como uma fração. Um exemplo é a medida da largura da mesa do aluno que foi representada como dois inteiros e um meio, conforme imagem abaixo.

Figura 3 – Atividade investigativa – medições usando canudos.

O que medir?	Em quantas partes foi dividido o canudo inteiro?	Qual a unidade de medida considerada?	Qual a medida obtida?
Largura mesa aluno	2 partes	2 inteiros e 1 meio	2 e meio
Altura mesa aluno	1 parte	1 inteiro e 1 meio	1, meio e 1 terço
Largura mesa professor	metade e 1 terço	4 inteiros e 1 terço	4, metade e 1 terço
Altura mesa professor	2 metades	2 inteiros e 2 meios	2 e 2 metades
Altura da porta da sala	1 metade e 1 terço	8 inteiros, 1 metade e 1 terço	8, 1 metade e 1 terço
Largura da janela	1 meio e 2 terços	7 inteiros, 1 meio e 2 terços	7, 1 meio e 2 terços
Largura da lousa	10 canudos	10 canudos	10 canudos

Fonte: Aluno E, E1. (WOTTRICH, 2014)

Observo nas análises deste recorte que apresenta o registro de um aluno, a proposta da divisão da unidade de medida em partes menores, como resposta ao problema da medida. Isto se faz necessário para tornar possível a indicação das medidas que não são inteiras com uma precisão que possa ser considerada nestas medições. Este processo é evidenciado por Caraça (2002, p. 32) quando diz que “[...] há, por vezes, vantagem em subdividir a unidade de medida num certo número de partes iguais”, ressaltando ainda que,

Em geral, sempre que, feita a subdivisão da unidade em  $n$  partes iguais, uma dessas partes caiba  $m$  vezes na grandeza a medir, a dificuldade surge sempre que, e só quando,  $m$  não seja divisível por  $n$ , isto é, no caso da impossibilidade da divisão. (CARAÇA, 2002, p. 34).

Partindo desse pressuposto, a impossibilidade da medida surge quando as medições não resultam em um valor inteiro. Caraça (2002) afirma que se queremos resolver esta dificuldade devemos criar um novo número. Então surgiu a necessidade da criação de um novo campo numérico, o dos números racionais.

Ressalta-se ainda a escrita dos valores pelo aluno E, observando a segunda coluna, que representa os valores da medida considerada, e a terceira coluna, que representa a medida obtida, verifico que estas medidas foram escritas igualmente nas duas colunas. Dessa forma, não houve distinção entre a unidade de medida considerada e a medida obtida. A análise deste fato leva a indicar que o aluno marcou como unidade de medida o valor obtido com a medida, ou seja, quantas vezes a suposta unidade de medida coube no comprimento medido.

Com o propósito de verificar os entendimentos sobre os valores representados no quadro, observo, mediante análises de anotações no diário de campo e das transcrições, que a professora estabelece uma conversa sobre as novas medidas obtidas com a divisão dos canudos em partes menores e iguais e verifica que agora a sua escrita se torna mais precisa e de melhor compreensão. Então sugere aos alunos a pensar na solução que os egípcios encontraram para este mesmo problema vivenciado há tantos anos atrás.

Neste contexto, de acordo com as anotações no diário de campo, a professora, prosseguindo com a atividade contou aos alunos a segunda parte da história do surgimento das frações verificando que a solução que foi encontrada para o problema da medida foi a mesma proposta pelos egípcios e com ela, foi formada uma nova escrita numérica para representar esses valores.

Acredito, a partir das análises, que a história da matemática, entendida como um recurso metodológico, possui potencialidades no ensino de conceitos matemáticos, quando utilizada com a finalidade de investigar a gênese destes conceitos. Dessa forma, os diferentes contextos que ela proporciona, favorecem o ambiente de estudo, pois se encontra na história da constituição humana subsídios para fornecer aos alunos maneiras de compreender os conceitos envolvidos e através disso ressignificá-los. Destaco assim, a importância da atividade da medida como arranque da atividade de investigação para início do ensino de frações.

As análises indicam que a atividade proposta foi definida a partir da ideia de medida, das unidades de medida utilizadas e nas possibilidades desta unidade não resultar um número exato de vezes num mesmo segmento a ser medido, possibilitando ao aluno um pensamento crítico e reflexivo quanto à solução deste problema, voltando ao fato histórico da necessidade de seu surgimento nas culturas passadas. Segundo Boyer (1974, p. 9) “Os homens da Idade da Pedra não usavam frações, mas com o advento de culturas mais avançadas durante a Idade do Bronze parece ter surgido a necessidade do conceito de fração e de notação para frações”.

Assim, considero a atividade como potencial no processo de ensino, pois busca a partir da investigação, constituir nos alunos o significado do conceito abordado, evidenciando o processo de ensino e colocando o aluno como constituinte de seu saber, sendo que este estabelece e testa suas estratégias buscando solucionar um problema proposto inicialmente. Conforme Ponte,

As actividades de investigação contrastam-se claramente com as tarefas que são habitualmente usadas no processo de ensino-aprendizagem, uma vez que são muito mais abertas, permitindo que o aluno coloque as suas próprias questões e estabeleça o caminho a seguir. (PONTE, 1998, p.16).

Ressalto ainda que,

As investigações matemáticas caracterizam-se, igualmente, pelo estímulo que fornecem ao aluno para este justificar e provar as suas afirmações, explicitando matematicamente as suas argumentações perante os seus colegas e o professor. As capacidades de argumentação e prova são dois aspectos destacados da capacidade de comunicar matematicamente. O desenvolvimento desta capacidade é, também, um dos grandes objectivos educacionais do ensino da Matemática (NCTM, 1991). (PONTE, 1998, p.16).

Estudar o conceito de frações a partir de sua gênese permite reconhecer a própria história como fator constituinte do saber matemático, formador das culturas e do conhecimento adquirido, e evidencia, entre outros aspectos, o porquê de estudar determinados conceitos.

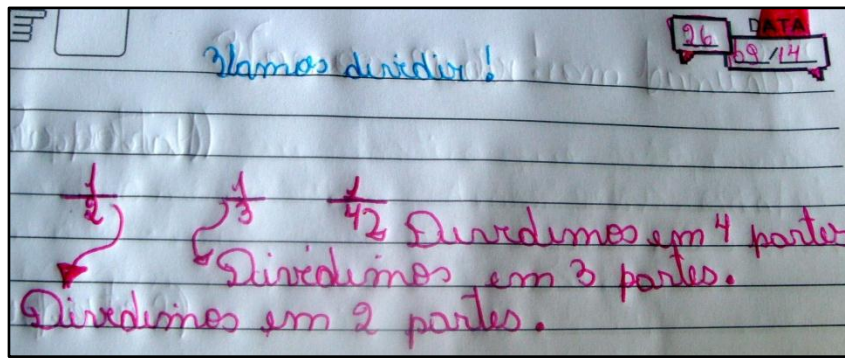
## **2.2 Resignificando o conceito de Frações**

Segundo análises obtidas com o diário de campo e com as transcrições, observo que, com o desenvolvimento da atividade que envolve a ideia de medida no estudo do conceito de frações, foram propiciados aos alunos momentos de reflexão quanto às etapas desenvolvidas e os resultados obtidos em cada uma, com o intuito de formalizar e ressignificar este conceito.

As análises do diário de campo apontam que no quinto momento, para se chegar na ressignificação do conceito de frações, a partir da atividade desenvolvida em sala de aula, foram realizados alguns questionamentos com os alunos com o intuito de observar a divisão da unidade estabelecida em partes menores e iguais, e escrever a relação existente entre o canudo inteiro e as partes em que este fora dividido. Assim destaco a representação do aluno F, da E2.



Figura 4 – Representação da divisão dos canudos com frações.



Fonte: Aluno F, E2. (WOTTRICH, 2014)

A análise desse excerto possibilita destacar a representação da divisão do canudo inteiro em partes menores e iguais, considerando que foi representada com frações unitárias, ou seja, aquelas em que o numerador é sempre igual a um. Com isto, percebo que o Aluno F constituiu uma maneira de formalização do conceito, pois apresenta as divisões já em forma de frações. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais,

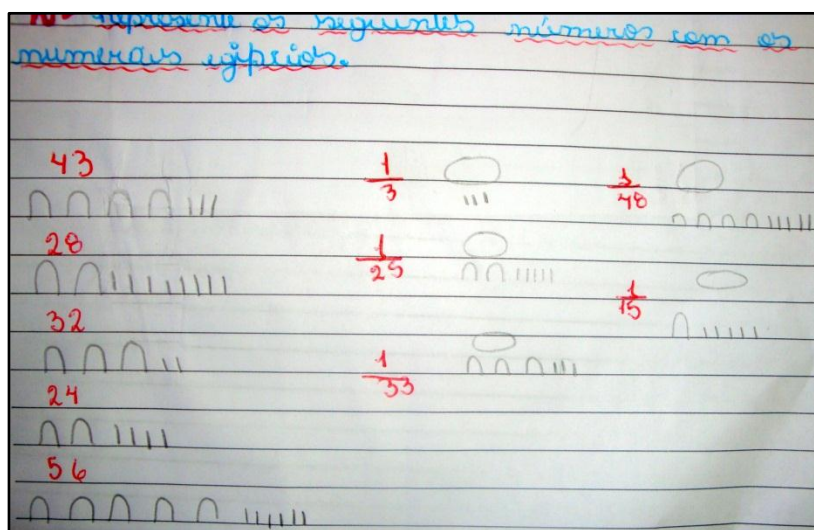
O uso de símbolos e da linguagem matemática para representar números pode ser estudado do ponto de vista histórico e também do ponto de vista prático. Neste ciclo, os alunos têm boas condições para perceber que os números têm múltiplas representações e compreender melhor as relações entre representações fracionárias e decimais, frações equivalentes, escritas percentuais e até a notação científica. (BRASIL, 1998, p. 67).

Diante destas proposições e a partir da análise do diário de campo, verifico que após o relato histórico, a professora, ainda no quinto momento, retomou o segundo quadro (o apresentado na Figura 3). Assim, observa os valores encontrados e sua relação com a história matemática das frações, relacionando os procedimentos realizados pelos egípcios para solucionar o problema da medida, com os procedimentos vivenciados em sala de aula no decorrer da atividade. As análises dão indicativos de que os alunos, a partir de questionamentos proporcionados pela professora, puderam representar os valores descritos no segundo quadro da atividade em forma de frações e de números mistos, considerando a divisão da unidade de medida em partes menores como fora observado no relato da história da matemática.

Apontamentos realizados no diário de campo permitem analisar que, a partir dos questionamentos, verifica-se na história da matemática o contexto real do surgimento das frações e suas primeiras representações nas frações egípcias, desse modo evidencia e ressalta a importância dessa numeração na época em que foi desenvolvida. A análise deste excerto explicita que a professora, no sexto momento, incentivou os alunos para

fazer a representação de alguns números na escrita egípcia, como mostra a figura abaixo, em que o aluno G escreveu os números com o numeral egípcio.

Figura 5 - Escrita de alguns números com o numeral egípcio.



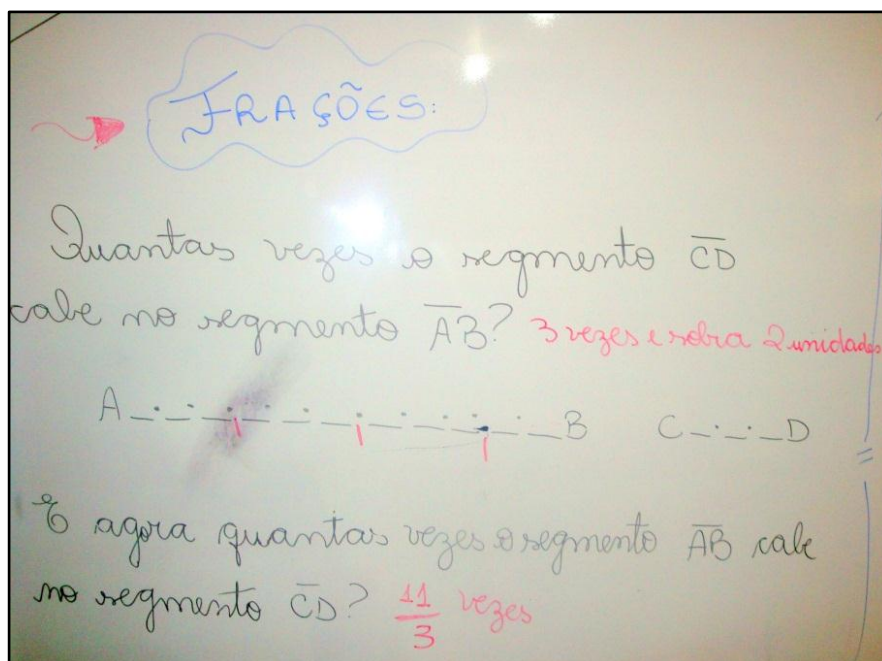
Fonte: Aluno G, E2. (WOTTRICH, 2014)

Analisando que, a partir da história da matemática que considera a gênese do conceito de frações, foi construído o contexto em que decorreu a atividade investigativa e como o aluno pode buscar na história, justificativas para o surgimento de determinado conceito matemático o qual decorre de uma necessidade humana.

Partindo desse pressuposto, após a representação dos números a partir do numeral egípcio, a professora sugeriu outra atividade com o intuito de obter uma fração imprópria, não aparente, pois estaria considerando uma medida inicial de comparação maior que a outra, ou seja, o contrário do que fora proposto anteriormente, encaminhamentos ocorridos ainda no sexto momento. Então, esta atividade considera a ideia de uma fração onde o numerador é maior do que o denominador, e que na divisão do numerador pelo denominador não se obtém um número inteiro.

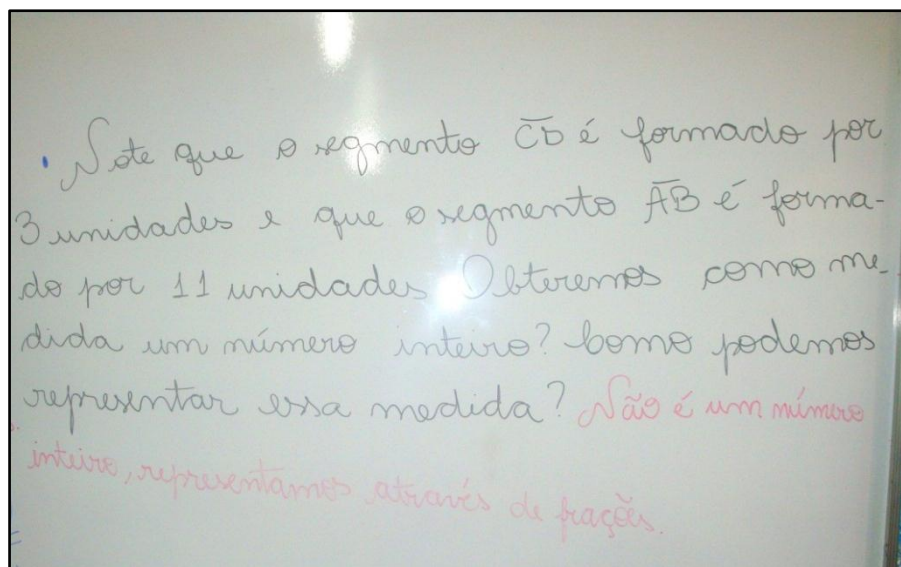
Para o encaminhamento desta atividade, a professora utilizou da explanação na lousa, com a representação dos segmentos que deveriam ser analisados pelos alunos, e assim pode juntamente com os alunos e a partir dos questionamentos propostos, representar essa medida através da fração imprópria, como o que segue nas figuras abaixo.

Figura 6 – Frações impróprias.



Fonte: WOTTRICH, 2014.

Figura 7 – Frações Impróprias



Fonte: WOTTRICH, 2014.

Observando estas figuras e analisando o planejamento, considero que esta atividade teve como arranque inicial o seguinte questionamento proposto pela professora: *Quantas vezes o segmento CD cabe no segmento AB?* Segundo considerações descritas no diário de campo, os alunos observaram o exposto na lousa e responderam que cabe 3 vezes e sobra duas unidades. Então a professora propôs mais um questionamento com o intuito de inverter a situação e ressaltar o conceito de fração imprópria: *E agora quantas vezes o segmento AB cabe no segmento CD?* Este

questionamento gerou um pouco de dúvida entre os alunos, pois o segmento AB é bem maior que o segmento CD, então a professora instigou os alunos para pensar numa possível representação desta medida, como o que já havia sido proposto na atividade anterior.

A partir destas análises evidencio a importância de se conhecer e utilizar os diferentes tipos de frações no dia a dia, considerando as suas diferentes formas de representação e os diferentes significados. Nas atividades apresentadas nas figuras 6 e 7 a professora instiga os alunos a percepção de diferentes formas de representação:  $11/3$  e a representação de 3 inteiros e  $2/3$ . No entanto, destaco que no decorrer das proposições foi considerado pela professora um dos significados dos números racionais na representação fracionária, a ideia de medida. O Referencial Curricular do Rio Grande do Sul aponta que,

Na 6ª série, a ideia de fração precisa ser ampliada para algo que represente um número que pode ser escrito de diferentes formas, como por exemplo:  $\frac{1}{4}$  passa a ser entendido como resultado da divisão de 1 por 4, como 0,25 ou como 25% de algo. (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 58).

Rio Grande do Sul destaca a necessidade de ampliar os entendimentos considerando outros significados para o número racional na representação fracionária, para além da ideia de medida. Significados estes que, nas aulas consideradas na pesquisa, não foram tratados pela professora.

Apontamentos realizados no diário de campo permitem analisar que, após todas as reflexões e considerações obtidas com a atividade, sempre evidenciando o surgimento dos Números Racionais como resposta a uma necessidade, a professora considerou processos de sistematização de formalização dos conceitos. Para tanto, teve como base o proposto no livro do 6º ano *Matemática ideias e desafios* de Iracema Mori e Dulce Onaga, excerto destacado no planejamento, considerando que o livro aborda o conceito de frações a partir de sua história e quanto ao significado de frações diz que:

Usamos frações para representar números que indicam uma ou várias partes de um todo que foi dividido em partes iguais.  
Esse todo a que se refere uma fração será chamado de todo-referência ou inteiro.  
Um todo-referência ou um inteiro pode ser, entre outras coisas, um pedaço de corda, um pedaço de terra, um grupo de pessoas, uma coleção de objetos. (MORI e ONAGA, 2012 p. 153).

Observo nas análises que em todas as etapas de ressignificação, a história da matemática teve grande importância na constituição dos conceitos pelos alunos, pois é

através dela que se justifica a existência e a utilização de determinado conceito em nossa sociedade.

Com isso, as análises indicam que a formalização dos conceitos construídos nas aulas consideradas na pesquisa, ocorrem no decorrer das proposições partindo sempre da situação de investigação matemática. Ou seja, conforme as Orientações Curriculares para o Ensino Médio,

[...] a aprendizagem de um novo conceito matemático dar-se-ia pela apresentação de uma situação-problema ao aluno, ficando a formalização do conceito como a última etapa do processo de aprendizagem. Nesse caso, caberia ao aluno a construção do conhecimento matemático que permite resolver o problema, tendo o professor como um mediador e orientador do processo ensino-aprendizagem, responsável pela sistematização do novo conhecimento. (BRASIL, 2006, p.81).

Mediante as análises, verifico que esta etapa é fundamental, pois a formalização dos conceitos deve ser realizada evidenciando todo o processo desenvolvido na atividade. Considerando que a sistematização não deve passar a ideia de esgotar o assunto ou conteúdo trabalhado, pois o incentivo a sempre estar em busca do conhecimento deve prevalecer. Portanto, no que se refere à organização dos conteúdos o PCN nos diz que,

Os conteúdos organizados em função de uma conexão não precisam ser esgotados necessariamente de uma única vez, embora deva-se chegar a algum nível de sistematização para que possam ser aplicados em novas situações. Alguns desses conteúdos serão aprofundados, posteriormente em outras conexões, ampliando dessa forma a compreensão dos conceitos e procedimentos envolvidos. (BRASIL, 1998, p. 53).

Diante disso, destaco que apesar de não esgotar todo o conceito abordado, este deve ser considerado numa sistematização, para que o aluno possa ter conhecimento necessário para seguir na busca de novos conhecimentos. Podendo assim, estabelecer relações com outros conceitos, compreendendo a matemática como um todo em que seus saberes se interligam e se completam.

### **Considerações finais**

A presente pesquisa visou investigar as potencialidades do ensino de matemática quando considerado numa atividade investigativa que utiliza como recurso a história da matemática. Para tanto, foi proposto um questionamento norteador da pesquisa: *como a História da Matemática, entendida como um recurso metodológico, pode contribuir no ensino de frações no 6º ano do Ensino Fundamental?*

Com o intuito de atender a este questionamento, buscou-se nas análises desenvolvidas no decorrer da pesquisa, subsídios que reforcem e que dão indicativos que o ensino de frações pode ser potencializado pela história da matemática e pela metodologia de ensino investigação matemática.

As análises indicam que a partir da história da matemática e o contexto expresso por ela, o ensino do conceito de frações pode ser proposto de maneira mais significativa para os alunos, sendo destacado o surgimento do conceito em decorrência a uma necessidade verificada na história e compreendida como necessária nos dias atuais. O contexto histórico possibilita um retorno ao passado e o reconhecimento das práticas de cálculo vivenciadas em diferentes épocas, pois assim o estudo é mais gratificante tanto para os alunos como para o professor.

A partir da história da matemática criou-se o contexto em que foi proposta a atividade para ressignificar o conceito de frações. Contexto este, fundamental para o desenvolvimento da atividade, pois a partir dele foi pensada cada situação descrita no planejamento, de acordo com análises realizadas no decorrer da presente pesquisa. Neste sentido, buscou-se no desenvolvimento das atividades com a utilização da história uma maior compreensão do conceito de frações, atribuindo à ele significado.

Segundo as análises da primeira unidade, que trata da ideia da medida na proposição do estudo de frações, a história da matemática vem a justificar a criação e utilização do conceito num contexto antepassado, valorizando sua utilização nos dias atuais. Assim, quando isto é considerado no momento de propor certos conceitos matemáticos em sala de aula, o ambiente de ensino fica mais propício ao estudo, pois os alunos mostram-se mais interessados em buscar o conhecimento, quando este é evidenciado por fatos históricos.

Nesse sentido, destaco na segunda unidade de análise a ressignificação do conceito de frações a partir da atividade investigativa que considera como recurso a história da matemática, mais especificamente o problema da medida como norteador da atividade. A partir do contexto histórico foram apresentadas proposições que possibilitaram processos de generalização e de síntese.

Vale ressaltar ainda, que o emprego da história da matemática como um recurso e da metodologia de investigação, favoreceram o estudo em sala de aula. Os alunos mostraram interesse em realizar as tarefas, produziram novas elaborações e mobilizaram ideias relacionadas a outros conceitos.

Diante dessas considerações, fica evidenciada a importância da matemática, pois a maioria de seus cálculos ou fórmulas surgiram a partir de necessidades humanas e que certamente hoje são essenciais para a vida em qualquer parte do planeta, sendo que, grande parte das invenções humanas revelam um grande saber matemático. De acordo com o Referencial Curricular,

A utilização da história da Matemática ao longo do trabalho, como desencadeadora da abordagem de novos conteúdos, favorece a contextualização do ensino e possibilita o entendimento da Matemática como um processo histórico em construção e como resposta a perguntas surgidas, ao longo do tempo, motivadas por problemas de ordem prática vindas da própria humanidade. (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 53).

Assim, verificou-se que, a ideia de pensar a matemática como uma listagem de conteúdos a serem passados aos alunos e interrompidos em cada troca de série ou ano, não devem nortear currículos de matemática, sejam da educação básica ou em cursos de licenciatura em matemática, pois sabemos que para termos uma boa formação matemática precisamos considerar os conceitos interligados uns com os outros, de modo a constituírem uma grande rede de conhecimento, sendo significativo para cada indivíduo.

Diante dessas considerações evidencia-se a importância da utilização de diferentes metodologias e recursos metodológicos em sala de aula. Considerando as situações em que se encontram o ensino atualmente, em que o interesse aos estudos verifica-se esquecido, momentos propiciados por atividades como a descrita na pesquisa podem mobilizar o entusiasmo pelo conhecimento, ficando ratificada a importância do desenvolvimento de pesquisas como esta, que visam contribuir na qualificação do ensino em diferentes contextos e situações para o campo da Educação Matemática.

## **Referências**

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEF, 2006.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva, 2002.

IFRAH, Georges. **História universal dos algarismos: A inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997, v. 1.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. **Matemática ideias e desafios – 6º ano**. São Paulo: Saraiva, 2012.

SPINELLI, Walter. **A construção do conhecimento entre o abstrair e o contextualizar: o caso do ensino da matemática**. São Paulo: FEUSP, 2011. 138f. Tese (Doutorado em Educação)- Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

PONTE, João Pedro da (et al.). **Histórias de investigações matemáticas**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, p. 15 – 23, 1998.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria do Estado e Educação. **Referenciais Curriculares do Estado do Rio Grande do Sul: Matemática e suas Tecnologias**. Porto Alegre: SE/DP, 2009.