

A Geometria nos cursos de licenciatura em matemática no Rio Grande do Sul: algumas considerações¹

Tatiane Oliveira Martins da Rosa²

Resumo: O presente artigo foi produzido a partir de uma pesquisa de cunho qualitativo, mas que considera tratativas quantitativas. Tem como objetivo analisar o programa curricular proposto por cursos de licenciatura do Rio Grande do Sul, visando identificar de que forma a Geometria aparece nesses cursos, como é proposta e se estes contemplam, de alguma forma, elementos da Geometria não Euclidiana no processo de formação do professor. A referida pesquisa considera como material empírico, projetos pedagógicos dos cursos (PPC) e/ou as matrizes curriculares de 16 cursos de licenciatura em Matemática do Rio Grande do Sul, as ementas e os planos de ensino correspondentes às disciplinas que levam no nome o termo “geometria”. A partir destes materiais os dados foram registrados e organizados em um quadro e analisados conforme duas unidades de análise: Geometria nos cursos de licenciatura em matemática: ênfase na geometria euclidiana, metodologia e recursos didáticos pedagógicos e Geometria não euclidiana nos cursos de licenciatura: algumas considerações. As análises basearam-se, especialmente nas ideias de Brasil (1996, 2001, 2002); Dante (1991); Fossa (2011); Leivas (2009); Sallum (2005), entre outros. As análises apontam que os cursos de licenciatura em matemática das dezesseis IES pesquisadas apresentam disciplinas cujo nome consta o termo Geometria. As mais comuns entre os cursos são Geometria Analítica, Geometria Plana e Geometria Espacial, o número de disciplinas cujas ementas trazem o uso de recursos tecnológico e materiais não chega cinquenta por cento das que foram consideradas. Nos cursos analisados a metade apresentam tratativas acerca da metodologia de Resolução de Problemas em suas Propostas de ensino e as Geometrias não Euclidianas, praticamente, não são propostas nos documentos analisados.

Palavras-chave: geometria; cursos de licenciatura em matemática; geometria não Euclidiana.

Introdução

Em nossas escolas cada vez mais precisamos de professores que atendam um público diversificado de alunos. Para isso os profissionais da Educação devem estar cada vez mais preparados e atualizados em relação ao conhecimento teórico, seja relacionado aos conceitos específicos, ao campo didático/pedagógico e curricular, na área em que atuam. As transformações no perfil do estudante exigem um professor que

¹ Este artigo foi elaborado para o Componente Curricular Prática de Ensino s/f Estágio Supervisionado V: Trabalho de Sistematização do Curso em Matemática – Licenciatura da UNIJUÍ – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, sob orientação da prof^a Isabel Koltermann Battisti.

² Licencianda em Matemática pela Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, UNIJUÍ.

além da formação, tenha uma visão ampla, mas também aprofundada acerca do currículo, do aluno, considerando como este sujeito aprende, do contexto social e histórico, de conhecimentos didático pedagógico e das especificidades dos conceitos matemáticos.

Para atender as proposições da Lei de Diretrizes e Bases - LDB (BRASIL, 1996), o licenciando em matemática deve: ter ciência de seu papel social como educador e capacidade de se inserir em diversas realidades com sensibilidade para interpretar as ações dos educandos; produzir entendimentos acerca da contribuição que aprendizagens em Matemática podem possibilitar à formação integral destes sujeitos para o exercício de sua cidadania; ter visão de que o conhecimento matemático pode e deve ser acessível a todos, e ter consciência de seu papel na superação dos preconceitos, traduzidos pela angústia, inércia ou rejeição, que muitas vezes ainda estão presentes no ensino e na aprendizagem com relação a esta área de conhecimento.

Visando atender à formação de um professor que atenda as expectativas e necessidades atuais, as Diretrizes Curriculares Nacionais de cursos de Matemática, no que se refere ao currículo de cursos de Matemática, indica conteúdos **comuns a todos os cursos de Licenciatura em Matemática**, como também que estes podem ser distribuídos ao longo do curso de acordo com o currículo proposto pela Instituição de Ensino Superior – IES, sejam eles:

- *Cálculo Diferencial e Integral
- *Álgebra Linear
- *Fundamentos de Análise
- *Fundamentos de Álgebra
- *Fundamentos de Geometria
- *Geometria Analítica (BRASIL, 2001, p. 5)

A parte comum do currículo deve, ainda, incluir:

- a) conteúdos matemáticos presentes na educação básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise;
- b) conteúdos de áreas afins à Matemática, que são fontes originadoras de problemas e campos de aplicação de suas teorias;
- c) conteúdos da Ciência da Educação, da História e Filosofia das Ciências e da Matemática. (BRASIL, 2001, p. 6)

As Diretrizes Curriculares indicam com clareza os conteúdos, bem como a distribuição dos mesmos. Ainda, segundo este documento, na parte comum do currículo deve contemplar conteúdos matemáticos presentes na Educação Básica nas áreas de álgebra, geometria e análise.

Com relação a estes três campos é possível salientar que: a Geometria é o ramo da matemática preocupado com questões de forma, tamanho e posição relativa de figuras e com as propriedades do espaço, já a Aritmética lida com números e as relações possíveis entre eles, enquanto que na álgebra temos conceitos de variáveis pra assim trabalhar com equações, operações matemática, polinômios e estruturas algébricas.

Assim, os três campos possuem seu espaço na matemática e é possível perceber que não necessariamente precisam estar desvinculadas um do outro, a compreensão dessa integração é de fundamental importância no processo de ensino e de aprendizagem, pois além de facilitar a percepção de significados e conceitos, valoriza a semelhança, permite um olhar mais atento para a desfragmentação permitindo melhor entendimento da ideia fundamental do estudo, o que não significa que se desvalorize a singularidade e especificidade de cada campo da matemática.

Ao abordar conteúdos como estes na formação de educadores, as Instituições de Ensino Superior – IES - estarão preparando profissionais capazes de atender o currículo da educação básica proposto pelo Referencial Curricular do RS. De acordo com este referencial os diferentes modos de pensar que constituem a matemática, foram divididos em quatro blocos e atribuídos os conteúdos de acordo com o nível de complexidade que serão explorados em cada série em que são mais enfatizados. Com relação ao pensamento geométrico, o referido documento propõe:

Figura 1: Pensamento geométrico no currículo dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio

		5ª e 6ª	7ª e 8ª	1º ano	2º ano	3º ano
Pensamento geométrico						
Espaço e forma	Localização e deslocamento					
	Figuras espaciais e planas e suas características					
	Decomposição e composição de figuras planas e espaciais					
	Ângulo, perpendicularismo e paralelismo					
Transformações no plano	Simetrias e homotetias					
	Congruências e semelhanças					
Grandezas e medidas	Perímetro, área e volume					
	Unidades e conversões de: comprimento, massa, capacidade, superfície, volume, ângulo e tempo					
	Uso de instrumentos de medida					
	Relações métricas e trigonométricas					
Linguagem e simbologia geométrica						

Fonte: Rio Grande do Sul, 2009, p. 197.

Na proposta do Referencial Curricular do Rio Grande do Sul (RIO GRANDE DO SUL, 2009) é possível observar o bloco de conteúdos referente o campo do pensamento geométrico. O mesmo traz subdivisões que poderão estruturar o currículo, ao lado a gradação das cores mostra que o nível de complexidade em que os conteúdos podem ser trabalhados inicialmente com o 5º ano do ensino fundamental com grau leve de complexidade e este deverá ir aumentando ano a ano até o 3º ano do ensino Médio. Sobre os conteúdos, o campo espaço e forma entre outros conteúdos indica o estudo das figuras planas e espaciais. Já na proposta de transformações no plano propõe a ideia de simetrias e semelhanças. Nestas tratativas podem ser abordados os postulados propostos por Euclides e ao tratar do 5º postulado pode ser considerado abordagens relacionadas à geometrias não Euclidiana. Ainda temos o conteúdo de grandezas e medidas, cujas subdivisões permitem que no processo de ensino pode ser explorado com êxito através de recursos tecnológicos, materiais e a metodologia de Resolução de problema.

Esta ideia também é considerada pelas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) quando afirmam que “O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano” (BRASIL, 2006, p.75). E ainda apontam para o uso de diferentes recursos “Para o aprendizado da geometria, há programas que dispõem de régua e compasso virtuais e com menu de construção em linguagem clássica da geometria.” (Ib idem, p.88)

Em se tratando do campo da geometria, o Referencial Curricular do Rio Grande do Sul (RIO GRANDE DO SUL, 2009) propõe o estudo da Geometria do Taxi, que é uma geometria não euclidiana como contexto para ensinar conceitos matemáticos no Ensino Médio. O documento também propõe a ampliação do universo de compreensão dos alunos apresentando uma Geometria não euclidiana: a Geometria Fractal. Tal proposta faz com que se tenha um olhar mais atento para esta potencialidade.

Ruy Madson Barbosa (2007) em seu livro *Descobrimos a Geometria Fractal para a sala de aula*, traz uma série de estudos dos mais diversos e belos Fractais, ressaltando o visual artístico e seu uso em sala de aula. Segundo Barbosa, o termo Fractal foi criado em 1975 por Benoit Mandelbrot, matemático francês nascido na Polônia, que descobriu a geometria fractal na década de 70, do século XX, a partir do adjetivo latino *fractus*, do verbo *frangere*, que significa “quebrar”. Significa que um segmento geométrico pode ser dividido em várias partes semelhantes a este, ou seja, cada parte parece uma miniatura do todo e unidas todas formam o todo.

A partir da análise da propriedade e do comportamento desses Fractais é possível explorar as mais diversas áreas da matemática.

A Geometria Fractal consegue dar forma a coisas, objetos e equações que antes se pensava não passar de rabiscos sem sentido. Quanto a aplicação da Geometria Fractal muitas pesquisas, como as de Benoit Mandelbrot já foram feitas considerando áreas como a Biologia, a Química, a Física, dentre outras que utilizaram as propriedades Fractais como contextos de ensino e indicam que um dos aspectos inovadores desta geometria não euclidiana é a capacidade de conseguir se infiltrar por entre os mais variados ramos da ciência. Traz consigo um forte apelo visual e artístico, por isso seu estudo deve se expandir, o que permite explorá-la no estudo da Matemática.

Sallum (2005) apresenta diversas possibilidades para a abordagem dos Fractais no Ensino Médio:

A introdução de fractais no Ensino Médio, além de satisfazer a curiosidade de quantos já ouviram falar neles, propicia a oportunidade de trabalhar com processos iterativos, escrever fórmulas gerais, criar algoritmos, calcular áreas e perímetros de figuras com complexidade crescente, introduzir uma ideia intuitiva do conceito de limite e é um excelente tópico para aplicação de progressões geométricas e estímulo ao uso de tabelas. (SALLUM, 2005, p.1)

As ideias propostas por Sallum indicam que nos cursos de formação de professores os conceitos estruturantes do campo da Álgebra, da Geometria e da análise devem ser propostos, contemplados e tratados. Assim, como no currículo da Educação Básica faz referências as geometrias não euclidianas, estas devem ser consideradas na formação do professor de matemática.

Considerando os aspectos citados sobre o uso dessa geometria com alunos do ensino Médio, muitas curiosidades acerca do processo de formação dos professores podem ser levantadas, entre elas: os cursos de formação de professores em Matemática contemplam em sua Proposta Curricular geometrias não euclidianas? Propõem alguma abordagem aos Fractais e a Geometria do táxi? A geometria do taxi e os fractais indicados pelo referencial curricular são geometrias não euclidianas.

O vasto aporte da geometria foi sistematizado, em 306 a.c, por Euclides³ na obra os Elementos. Esta apresenta cinco postulados. Segundo John A. Fossa, (2012) os

³ Um grande sábio que atuou como professor em Alexandria, por isso chamado como Euclides de Alexandria.

postulados “[...] eram as verdades não demonstradas sobre o assunto em tela – no caso de Euclides, os postulados são as verdades sobre a geometria”. (FOSSA, 2012, p.145)

São cinco os postulados propostos por Euclides:

1. Pode-se desenhar uma reta entre quaisquer dois pontos.
2. Pode-se estender uma reta na mesma direção.
3. Pode-se desenhar uma circunferência com qualquer centro e qualquer raio.
4. Todos os ângulos retos são iguais.
5. Suponha que uma reta corte duas outras retas de tal maneira que a soma dos ângulos colaterais internos é menor do que dois ângulos retos. Então, se as duas retas estiverem estendidas o suficiente nesse lado, elas se encontrarão.

No decorrer do tempo outros matemáticos questionaram o quinto postulado, este contempla a ideia do infinito. Constatando que a geometria de Euclides se aplica a superfícies planas e não a curvas. Outros matemáticos como Lobachevsky, Ostrogradsky e Georg Reimann publicaram trabalhos sobre a nova geometria: a Geometria não Euclidiana. Um exemplo dessa outra geometria é a geometria dos fractais⁴.

Mediante estas considerações percebe-se o quão importante considerar tratativas relacionadas à Geometria e a Geometria não Euclidiana no processo de formação do professor de Matemática, bem como fazer uso de metodologias como a Resolução de problemas explorando diferentes recursos. Nesse contexto, a presente escrita se constitui a partir de uma pesquisa que tem como objetivo analisar o programa curricular proposto por cursos de licenciatura do Rio Grande do Sul, visando identificar se estes contemplam, de alguma forma, elementos da Geometria não Euclidiana no processo de formação do professor, a partir da problemática: **Como a Geometria aparece nos cursos de licenciatura em matemática do estado do Rio Grande do Sul? Geometrias não euclidianas são consideradas em suas propostas curriculares? De que forma?**

1.Procedimentos Metodológicos

⁴ Esta, atualmente integra o currículo de matemática da escola de Educação Básica.

Com o intuito de responder a esta problemática de pesquisa recorreu-se a uma pesquisa de cunho qualitativo, mas que considera tratativas quantitativas. A pesquisa qualitativa caracteriza-se por analisar questões amplas e complexas que aos poucos durante o desenvolvimento da pesquisa em questão, vão refinando os dados através de perspectivas que variam de acordo com a intencionalidade da pesquisa.

A pesquisa qualitativa se dá através de uma fonte direta de dados e tem o pesquisador como instrumento fundamental. De acordo com Godoy:

[...] a pesquisa qualitativa não procura enumerar e/ou medir os eventos, nem emprega instrumental estatístico na análise dos dados. Parte de questões ou focos de interesses amplos, que vão se definindo à medida que o estudo se desenvolve. Envolve a obtenção de dados descritivos sobre pessoas, lugares e processos interativos pelo contato direto do pesquisador com a situação estudada, procurando compreender os fenômenos segundo a perspectiva dos sujeitos, ou seja, dos participantes da situação em estudo. (GODOY, 1995, p.58)

Tal pesquisa se dá a partir de uma análise que considera como materiais empírico projetos pedagógicos dos cursos (PPC) e/ou as matrizes curriculares dos cursos de licenciatura em Matemática do Rio Grande do Sul, as ementas e os planos de ensino correspondentes às disciplinas que levam no nome o termo “geometria”.

Desta forma, os dados empíricos para realizar esta pesquisa constituíram-se a partir de um levantamento das IES do Estado do Rio Grande do Sul que ofertam o curso de Matemática Licenciatura. Tal pesquisa foi realizada no site do MEC⁵. Foram localizados neste site trinta e nove IES, no estado do Rio Grande do Sul, que ofertam o curso de Matemática licenciatura. A partir desta identificação iniciou-se um processo de busca nos sites das referidas instituições e nestes o programa curricular e as respectivas ementas dos componentes curriculares ofertados pelo curso.

Quando a IES não disponibilizava este programa no site foi entrado em contato com o coordenador do curso de matemática da universidade através de e-mail e alguns por telefone visando o acesso ao programa curricular do curso e a ementa das disciplinas. Estes procedimentos possibilitaram a obtenção de dezesseis programas curriculares de cursos de matemática licenciatura com as respectivas ementas.

⁵ <http://emec.mec.gov.br/>.

A partir das informações dos programas curriculares os dados foram registrados e organizados em um quadro no Programa Excel considerando a IES, Local, as disciplinas cujo nome tem o termo “geometria”, conteúdo programático e referências bibliográficas da mesma. Este quadro constituiu o banco de dados empíricos da pesquisa.

Diante de uma análise prévia do material empírico, buscando atender os objetivos desta investigação foram definidos os seguintes focos de análise: Geometria nos cursos de licenciatura em matemática: ênfase na geometria euclidiana, metodologia e recursos didáticos pedagógicos e Geometria não euclidiana nos cursos de licenciatura: algumas considerações.

2. A geometria nos cursos de Licenciatura em Matemática no Rio Grande do Sul

A Geometria é um importante campo da matemática, está presente, a partir dos conceitos que o constitui, em nosso cotidiano de inúmeras e de diferentes formas. Sabemos que objetos, pessoas, animais, pedras, plantas ocupam espaço, possuem formas e dimensões, estão presente no cotidiano de qualquer pessoa. Em matemática observamos as formas desses itens e as chamamos de “Formas Geométricas”, através destas é possível observar suas medidas, suas regularidades e irregularidades possibilitando assim uma localização no espaço. Van de Walle (2009) propõe que os objetivos relacionados à Geometria no ensino fundamental se estabeleçam a partir de quatro grandes temáticas: visualização, localização, transformação e formas e propriedades.

As Diretrizes Curriculares Nacionais (BRASIL, 2001) para os cursos de Matemática – Licenciatura indicam que os cursos de formação de professores desta área de conhecimento considerem tratativas relacionadas ao currículo de matemática da Educação Básica. Desta forma, nos dirigimos às grades curriculares de dezesseis cursos de licenciatura em matemática do Rio Grande do Sul com objetivo de identificar alguns indícios da abordagem destes com relação ao campo da Geometria. Tal busca gerou o quadro abaixo:

INSTITUIÇÃO DE ENSINO SUPERIOR	DISCIPLINAS
Centro Universitário Franciscano (UNIFRA)	Geometria Analítica Desenho Geométrico

	Geometria I Geometria II
Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUI)	Geometria Analítica Prática de Ensino: Geometria Optativas: Geometria Analítica e Vetores
Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)	Geometria I Geometria Plana e Espacial
Universidade de Cruz Alta (UNICRUZ)	Geometria Analítica e Geometria Espacial
Fundação Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA)	Desenho Geométrico Geometria Plana Geometria Analítica Geometria Espacial Componentes complementares: Geometria Fractal
Centro Universitário Metodista (IPA)	Geometria Analítica: Representações no Espaço Geometria Analítica: Representações no Plano Geometria Euclidiana e Espacial Geometria Euclidiana Plana Geometria Métrica
Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões (URI)	Geometria Euclidiana Laboratório de Geometria Euclidiana Geometria Analítica I Geometria Analítica II
Universidade Federal de Santa Maria (UFSM)	Geometria Analítica Geometria Plana Geometria Espacial
Instituto Federal de Educação Científica e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS)	Geometria Analítica I Geometria Analítica II Geometria Plana Geometria Espacial
Faculdade Inedi (CESUCA)	Geometria Álgebra Linear e Geometria Analítica
Universidade Federal do Rio Grande (FURG)	Geometria Analítica I Geometria Analítica II Geometria I Geometria Dinâmica I Geometria Dinâmica II Desenho Geométrico
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)	Geometria I Geometria II Vetores e Geometria Analítica
Universidade Anhanguera (UNIDERP)	Geometria Analítica e Vetores Geometria Plana e Espacial Desenho Geométrico
Universidade Norte do Paraná (UNOPAR)	Geometria Analítica
Universidade Federal de Pelotas (UFPEL)	Geometria: Espacial e Formas Geometria: Tratamento Analítico

Quadro 1: Relação das IES e as respectivas ofertas de disciplinas que contemplam no nome o termo Geometria

Fonte: Dados produzidos na pesquisa.

Sendo assim foi possível observar que, os cursos de licenciatura em matemática das dezesseis IES pesquisadas apresentam disciplinas cujo nome consta o termo Geometria. A análise do Quadro 1 me leva a indicar que há um destaque das

disciplinas Geometria e Geometria Analítica. Quanto às demais disciplinas fica bem diversificado. Constatamos que existem disciplinas que agrupam diferentes geometrias, como por exemplo: “Geometria Plana e Espacial”, isso ocorre em sete instituições em questão. Outro fato relevante é que somente duas instituições de ensino superior trazem em suas propostas curriculares a geometria como oferta de componentes complementares e/ou componentes optativos.

Resumindo análise do quadro 1 posso dizer que embora o nome das disciplinas variem de uma IES para outra, é possível, através da ementa, perceber que o foco do conteúdo a ser tratado apresentam semelhanças. Um exemplo disso são as disciplinas de Geometria Analítica I e II, Geometria analítica e vetores e Geometrias: Tratamento analítico, vejamos:

Geometria analítica I e II	Geometria analítica e vetores	Geometrias: Tratamento analítico
Vetores no plano e no espaço e operações. Reta no plano e no espaço e equações no plano.	Estuda os elementos fundamentais da geometria analítica no espaço utilizando a estrutura vetorial na abordagem dos conceitos de segmento de reta orientado, de distâncias, ângulos, áreas, equações da reta e equações do plano.	Plano cartesiano. Estudo analítico do ponto, da reta, de alguns polígonos, da circunferência e das cônicas. Vetores: conceito e operações.

Quadro 2: Ementas de algumas disciplinas que contemplam no nome o termo Geometria

Fonte: Dados produzidos na pesquisa.

Na análise dos dados coletados, de forma especial das ementas das disciplinas, há indicativos que possibilitam a elaboração de uma síntese das geometrias ofertadas nas disciplinas das IES consideradas na pesquisa. As disciplinas que apresentam tratativas de conteúdos semelhantes foram agrupadas. Este procedimento possibilitou sistematizar as informações na forma como a apresentada no Gráfico 1.

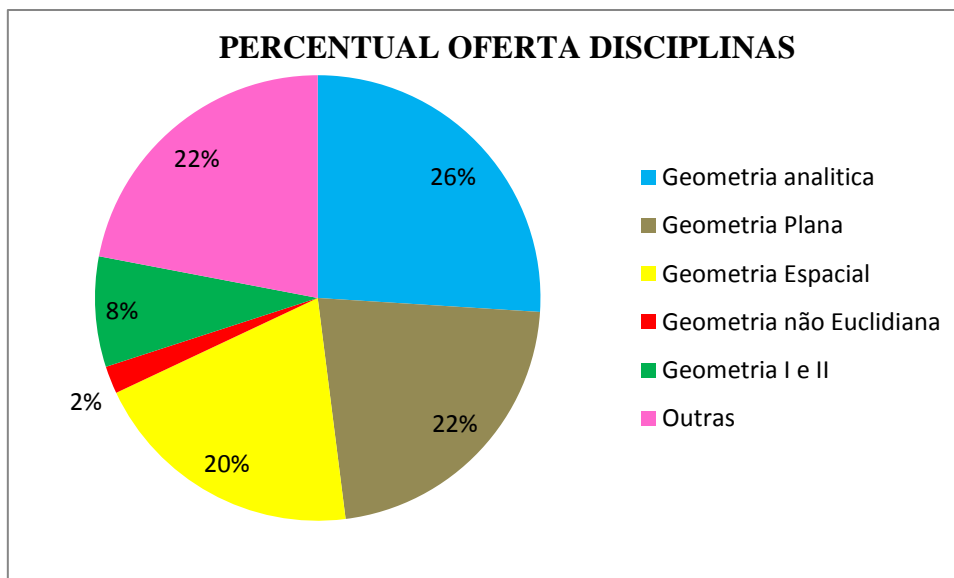


Gráfico 1: Foco de tratativas das disciplinas ofertadas pelas IES
 Fonte: Dados produzidos na pesquisa

A análise do gráfico possibilita a constatação de que a Geometria analítica é a mais ofertada nos cursos, aparece com um percentual de 26%, neste estão inclusas disciplinas como: Geometria analítica I e II, Geometria Analítica e Vetores, Geometria analítica e Álgebra Linear e Geometrias: Tratamento analítico. Em seguida a Geometria Plana com 22% considerando as abordagens que constam Geometria Plana e após temos a Geometria Espacial com 20% considerando Geometria Espacial e Geometria Espacial e Formas, ainda temos a Geometria I e II com 8% e em relação a Geometria não euclidiana temos uma disciplina apenas, cuja abordagem se faz a partir da “Geometria Fractal”, isto representa um total de 2% na análise do gráfico, as demais IES não mencionam nas abordagens esta geometria. O percentual considerando outras abordagens ficou em 22% nestes estão inclusas abordagens como: Laboratório de Geometria Euclidiana, Geometria Métrica, Desenho Geométrico e Geometria Dinâmica.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais apresentam, a partir de objetivos, proposições, que se contempladas podem se mostrar muito interessantes na organização do ensino da geometria analítica, da Geometria plana e também da Geometria Espacial na Educação Básica.

Geometria analítica: representações no plano cartesiano e equações; intersecção e posições relativas de figuras.

- Interpretar e fazer uso de modelos para a resolução de problemas geométricos.

- Reconhecer que uma mesma situação pode ser tratada com diferentes instrumentais matemáticos, de acordo com suas características.
- Associar situações e problemas geométricos a suas correspondentes formas algébricas e representações gráficas e vice-versa.
- Construir uma visão sistemática das diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática, estabelecendo conexões entre eles.

Geometria plana: semelhança e congruência; representações de figuras.

- Identificar dados e relações geométricas relevantes na resolução de situações-problema.
- Analisar e interpretar diferentes representações de figuras planas, como desenhos, mapas, plantas de edifícios etc.
- Usar formas geométricas planas para representar ou visualizar partes do mundo real.
- Utilizar as propriedades geométricas relativas aos conceitos de congruência e semelhança de figuras.
- Fazer uso de escalas em representações planas.

Geometria espacial: elementos dos poliedros, sua classificação e representação; sólidos redondos; propriedades relativas à posição: intersecção, paralelismo e perpendicularismo; inscrição e circunscrição de sólidos.

- Usar formas geométricas espaciais para representar ou visualizar partes do mundo real, como peças mecânicas, embalagens e construções.
- Interpretar e associar objetos sólidos a suas diferentes representações bidimensionais, como projeções, planificações, cortes e desenhos.
- Utilizar o conhecimento geométrico para leitura, compreensão e ação sobre a realidade.
- Compreender o significado de postulados ou axiomas e teoremas e reconhecer o valor de demonstrações para perceber a Matemática como ciência com forma específica para validar resultados. (BRASIL, 2002, p. 125)

Estes objetivos apresentam indicativos de tratativas destas geometrias na educação básica. Entendo que os cursos de Licenciatura devem abordar conteúdos capazes de formar o indivíduo futuro professor com uma base sólida para quando atuar ter no mínimo o domínio de atender as necessidades básicas no processo de ensino. Quanto aos currículos analisados é possível perceber que a maioria traz esses elementos em suas propostas.

Já, ao olhar para a geometria não euclidiana, que também considero de fundamental importância no ensino da matemática, apenas uma disciplina contempla uma abordagem explícita ao uso da mesma, esta aborda a geometria fractal. Corroboro com Goldenberg (1991) quando afirma que:

Geometria fractal tem sido reconhecida como uma ferramenta de modelagem altamente valorizada, aplicável em grande variedade de ciências. [...] Estas grandes aplicações em ciências atestam a importância da geometria fractal como uma ferramenta para além do domínio da matemática acadêmica e sua posição potencialmente crucial no currículo como uma organização e força unificadora para ciência e matemática. (GOLDENBERG, 1991, p.50)

Para ele, a abordagem visual desde os anos iniciais pode permitir o estudo de uma geometria bem mais complexa evoluindo até o nível universitário e nesse sentido o papel do educador é de fundamental importância.

A partir do material empírico coletado, foi possível organizar um segundo quadro, o Quadro 2, disponibilizado a seguir:

ABORDAGEM	Nº DE DISCIPLINAS	APRESENTAM A GEOMETRIA EUCLIDIANA DE FORMA			APRESENTAM A GEOMETRIA NÃO EUCLIDIANA DE FORMA		
		EXPLICITA	INDICIOS	NÃO	EXPLICITA	INDICIOS	NÃO
Geometria I	5	5	----	----	----	2	3
Geometria II	2	2	----	----	----		1
Geometria Analítica I	8	8	----	----	----	1	7
Geometria Analítica II	3	3	----	----	----	----	3
Desenho Geométrico	4	4	----	----	----	----	4
Prática de Ensino: Geometria Espacial	1	1	----	----	----	----	1
Geometria Analítica e Vetores	3	3	----	----	----	----	3
Geometria Plana e Espacial	2	2	----	----	----	----	2
Geometria Analítica e Álgebra Linear	1	1	----	----	----	----	1
Geometria Analítica e Geometria Espacial	1	1	----	----	----	----	1
Geometria Plana	3	3	----	----	----	----	3
Geometria Dinâmica I	1	1	----	----	----	----	1
Geometria Dinâmica II	1	1	----	----	----	----	1
Geometria Espacial	3	3	----	----	----	----	3
Geometria Fractal	1	1	----	----	1	----	0
Geometria Euclidiana	3	3	----	----	----	----	3
Laboratório de Geometria Euclidiana	1	1	----	----	----	----	1
Geometria Espacial e Formas	1	1	----	----	----	----	1
Geometria: Tratamento Analítico	1	1	----	----	----	----	1
Geometria	1	1	----	----	----	----	1

Análítica: Representações no Espaço							
Geometria Analítica: Representações no Plano	1	1	----	----	----	----	1
Geometria Euclidiana e Espacial	1	1	----	----	----	----	1
Geometria Euclidiana Plana	1	1	----	----	----	----	1
Geometria Métrica	1	1	----	----	----	----	1

Quadro 3: Abordagens das disciplinas e suas respectivas formas de apresentar a geometria.

Fonte: dados produzidos na pesquisa.

As informações contidas neste quadro foram construídas através das análises das ementas das disciplinas cujas abordagens consideram o termo geometria no nome. A partir disso foi possível considerar que a Geometria Euclidiana está presente de forma explícita em praticamente todas as disciplinas dos cursos de matemática enquanto que a Geometria não Euclidiana aparece de forma explícita somente em uma disciplina e aparecem indícios de que se trabalhe em três disciplinas.

2.1 Geometria nos cursos de licenciatura em matemática: ênfase na geometria euclidiana, metodologia e recursos didáticos pedagógicos

O quadro a seguir apresenta uma síntese das informações geradas na pesquisa com relação as disciplinas e a indicação da metodologia resolução de problema e uso de recursos, sejam tecnologias informáticas ou outros materiais.

ABORDAGEM	Nº DE DISCIPLINAS	USO DE TECNOLOGIAS	USO DE MATERIAIS	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
Geometria I	5	2	1	3
Geometria II	2	2	3	3
Geometria Analítica I	8	5	2	3
Geometria Analítica II	3	2	1	1
Desenho Geométrico	4	2	2	3
Prática de Ensino: Geometria Espacial	1	1	Não consta	1
Geometria Analítica e Vetores	3	2	Não consta	1
Geometria Plana e Espacial	2	1	1	1

Geometria Analítica e Álgebra Linear	1	Não consta	Não consta	Não consta
Geometria Analítica e Geometria Espacial	1	Não consta	Não consta	Não consta
Geometria Plana	3	1	1	1
Geometria Dinâmica I	1	Não consta	1	1
Geometria Dinâmica II	1	1	1	
Geometria Espacial	3	1	3	3
Geometria Fractal	1	1	1	
Geometria Euclidiana	3	1	1	1
Laboratório de Geometria Euclidiana	1	1	1	1
Geometria Espacial e Formas	1	1	1	1
Geometria: Tratamento Analítico	1	1	1	1
Geometria Analítica: Representações no Espaço	1	Não consta	Não consta	Não consta
Geometria Analítica: Representações no Plano	1	Não consta	Não consta	Não consta
Geometria Euclidiana e Espacial	1	1	1	Não consta
Geometria Euclidiana Plana	1	1		1
Geometria Métrica	1	Não consta	1	Não consta

Quadro 4: Uso de recursos e metodologia para o ensino de Geometria em dezesseis cursos de licenciatura em matemática no RS.

Fonte: dados produzidos na pesquisa.

Uma análise prévia do Quadro 4 nos leva a fazer uma série de reflexões, sejam relacionadas à formação do professor e a importância de metodologias e uso de diferentes recursos no processo de ensino de geometria.

O processo contínuo de formação de professores exige cada vez mais atualizações deste profissional, isso se dá devido as grandes mudanças do mundo nos dias atuais, mas pode-se dizer que a base para a formação continuada está condicionada a uma boa formação inicial. Leivas (2009, p.59) afirma que:

[...]uma base intelectual e cultural para o futuro professor deva ser proporcionada em sua formação inicial, especificamente no conhecimento de Geometria num aspecto abrangente, moderno, com uma visão diversificada, em que ele possa se apossar dos conceitos geométricos desenvolvendo uma diversidade de habilidades.

Concordo com Leivas quando coloca que a base para o futuro professor deva ser proporcionada em sua formação inicial. Nesse contexto é preciso analisar quais recursos o curso de licenciatura deve dispor em suas disciplinas no processo de formação desses futuros profissionais. Um referencial que expõe essa necessidade são as Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de matemática, este ao tratar das

competências e habilidades do educador de matemático deixa claro que o licenciado deve ter a capacidade de:

[...] desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos. (BRASIL, 2001, p.4)

E ainda o PCNEM ressalta que:

Nesse contexto, as calculadoras e o computador ganham importância como instrumentos que permitem a abordagem de problemas com dados reais ao mesmo tempo que o aluno pode ter a oportunidade de se familiarizar com as máquinas e os *softwares*. (BRASIL, 2002, p.127)

Tais considerações são reforçadas por Gilmer Jacinto Peres:

Softwares de GD existentes, como *Geogebra, Régua e Compasso, Cabri-géomètre, Geometriks, Cinderella, Dr. Geo, Euklid*, etc e outros recursos como Tangran, Planificações, Construção de Poliedros, etc., que diferem de uma aula expositiva tradicional no quadro-negro, são exemplos de mídias disponíveis. Um professor que tenha conhecimento dessas ferramentas e como elas podem ser exploradas, certamente terá à disposição uma diversidade de estratégias para potencializar a aprendizagem de seus alunos. (PERES, s/d, p.2)

Vimos a importância, as indicações e as propostas acerca do uso de recursos tecnológicos e também do uso de materiais como régua, compasso e outros no processo de ensino e na formação do educador matemático. Portanto analisando o Quadro 4 em relação a estes dois itens temos dados de grande relevância: Quanto ao uso de Recursos tecnológicos pode-se dizer que 27 das 50 disciplinas consideradas trazem em sua ementa de forma explícita o uso desse recurso. Os cursos trazem em suas ementas indicativos como:

EMENTA: Geometria Euclidiana Plana e Espacial. OBJETIVO: Promover a intuição geométrica e seu uso na resolução de problemas. Introduzir os formalismos de uma demonstração matemática rigorosa através do uso de axiomas e regras lógicas para comprovar os teoremas da geometria clássica e fundamentar as construções feitas com régua e compasso.
IT7300 - Desenho Geométrico OBJETIVOS: Desenvolver técnicas de desenho geométrico, isto é, de construções geométricas com régua e compasso, para resolver problemas de geometria euclidiana plana. Retomar e ampliar o aprendizado de resultados fundamentais da geometria plana elementar. Resolver problemas de geometria plana, por meio do desenho geométrico, obtendo soluções com grau de precisão satisfatório. Utilizar programas computacionais adequados ao desenvolvimento do desenho geométrico.
DISCIPLINA: Geometria Plana e Espacial EMENTA Estudo da Geometria Plana e Espacial sendo os objetos geométricos, suas propriedades e

relações abordados sob uma perspectiva formal com apoio de representações com régua e compasso e recurso à tecnologia com utilização de softwares de Geometria Dinâmica, considerando aplicações em diferentes contextos.

Quadro 5: Ementas de algumas disciplinas que contemplam no nome o termo Geometria

Fonte: Dados produzidos na pesquisa.

Estes são três exemplos de como as IES trazem esses elementos em suas ementas. De acordo com as mesmas o recurso tecnológico mais citado é o computador explorando através dele os principais softwares disponíveis para a geometria. As demais IES não mencionam em nenhum momento o uso desses recursos, isso pode indicar que infelizmente os cursos de licenciatura em Matemática, embora tenham recursos disponíveis não estão contemplando os mesmos em sua organização de ensino. Também foi possível um olhar para uso de materiais, considerando o uso de régua, compasso, material manipulável entre outros, as análises nos mostram que 23 disciplinas contemplam o uso de tais recursos.

O que é possível observar também é que existe um número significativo de disciplinas que não consta em suas ementas o uso nem de Tecnologia nem de materiais, isso significa que algumas IES poderiam adequar suas propostas considerando esses recursos.

E ainda, segundo as Orientações curriculares para o Ensino Médio (OCEM):

Uma forma de se tentar alcançar a autonomia intelectual é justamente não se prender a um modelo fechado, mas sim buscar alternativas que contribuam para esse processo, inclusive as diversificadas fontes de recursos para o ensino. É necessário material para desenvolver práticas experimentais indispensáveis para a construção da competência investigativa. E o uso adequado dos produtos das novas tecnologias é imprescindível, quando se pensa num ensino de qualidade e eficiente para todos. (BRASIL, 2006, P. 56)

São muitos os referenciais que apontam para o uso de diferentes recursos, sejam tecnológicos ou não, no processo de ensino e de aprendizagem. Com isso podemos dizer que todos os cursos de Licenciatura deveriam contemplar em sua estrutura curricular o uso dos mesmos.

Outro índice relevante é o número de disciplinas que consideram a resolução de problemas, são 26 o número de disciplinas que em suas ementas indica esta metodologia. Temos muitos autores como Lupacini e Botim que pesquisaram esta metodologia para ensinar matemática comprovando suas potencialidades quando exploradas de forma dinâmica e organizada. Nesse sentido:

A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos. (LUPINACCI e BOTIN, 2004).

A importância da resolução se dá no fato de os alunos terem que pensar muito e unir seus conhecimentos com as novas descobertas para assimilar e organizar as informações que estão ao seu alcance e assim desenvolverem a capacidade de gerenciar as informações dentro e fora da sala de aula. Assim, os alunos terão oportunidades de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos matemáticos. Ainda, segundo Dante (1991),

[...] é possível por meio da resolução de problemas desenvolver no aluno iniciativa, espírito explorador, criatividade, independência e a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia-a-dia, na escola ou fora dela.

Considerando as palavras de Dante, é possível ressaltar que é de fundamental importância que os cursos de licenciatura em matemática preparem o docente para explorar esta metodologia de ensino desde as séries iniciais estimulando os alunos desde pequenos a construir opiniões, encontrar regularidades bem como fazer análises a cerca de assuntos relevantes. Isso será de fundamental importância na formação de alunos capazes de entender melhor a matemática, com mais facilidade de aprendizado, assim como relacionar a matemática aprendida na escola com seu cotidiano.

2.2 Geometria não euclidiana nos cursos de licenciatura: algumas considerações

Através das análises desta pesquisa é possível concluir que a Geometria não Euclidiana é muito pouco abordada nos cursos de licenciatura do RS. De todas as disciplinas tivemos um índice muito pequeno de IES que a consideram no processo de formação do professor.

A seguir um recorte da ementa de um curso de matemática que deixa clara a abordagem desta geometria.

COMPONENTE CURRICULAR: IT7349 - Geometria Fractal

OBJETIVOS:

Adquirir conceitos básicos de geometria fractal. Utilizar softwares educacionais para construir

e explorar fractais. Compreender e elaborar atividades de inserção da geometria fractal na educação matemática escolar.

EMENTA:

História da geometria fractal. Caracterização dos fractais. Classificação dos fractais. Tipos de fractais. Procedimentos para construção de fractais. Ensino de fractais na educação básica.

Fonte: PPP UNIPAMPA

A análise deste recorte possibilita indicar que esta disciplina de geometria abordada Geometria Fractal, de forma explícita. Esta disciplina sem dúvida estará contribuindo para uma formação de professores mais capacitados, com uma visão mais ampla acerca de outras geometrias, além da Euclidiana, para ensinar matemática.

Ementa:

Geometria de Euclides: a origem da geometria; método axiomático. Geometria da incidência: revisão de lógica; teoremas e demonstrações. Axiomas de Hilbert: falhas dos axiomas de Euclides. Geometria sem o axioma das paralelas de Euclides. História do axioma das paralelas.

Fonte: PPP FURG

Neste a geometria não euclidiana não está colocada de forma explícita, no entanto podemos observar que há indícios de que a mesma pode ser trabalhada nesta disciplina, o que nos indica isso é o fato de a ementa mencionar “falhas dos axiomas de Euclides ou geometria sem os axiomas de Euclides.

Disciplina	Geometria II
Ementa	Paralelismo e perpendicularismo. Ângulos no espaço. Sólidos geométricos. Volumes. Noções de geometria não euclidiana.
Bibliografia básica	CARVALHO, P. C. P. <i>Introdução à geometria espacial</i> . Rio de Janeiro: SBM, 1999. COUTINHO, Lázaro. <i>Convite as geometrias não euclidianas</i> . 2. ed. Rio de Janeiro: Interciencia, 2001. TINOCO, L. <i>Geometria euclidiana por meio da resolução de problemas</i> . Rio de Janeiro: Instituto de Matemática/UFRJ, 2004.

Fonte: PPP UNIFRA

É possível visualizar na disciplina de geometria II (acima) que em sua ementa contempla “Noções de Geometria não Euclidiana”, contudo, não enfatiza a mesma, mas indica também através das referências bibliográficas livros que abordam este conteúdo.

A seguir um recorte de ementa que deixa claro o foco para geometria analítica:

DISCIPLINA: GEOMETRIA ANALÍTICA – G1867

EMENTA

Esta disciplina pertence ao campo de formação específica do profissional na área de

Licenciatura em Matemática e visa fornecer subsídios aos futuros professores para atuarem no ensino médio, sendo esta fundamental para o desenvolvimento do trabalho dos demais tipos de geometria nos diferentes níveis de ensino. Seu foco é voltado ao estudo aprofundado da geometria analítica plana (estudo da reta, da circunferência e das cônicas) buscando conhecer o seu desenvolvimento ao longo do tempo, mostrando que álgebra e geometria estão fortemente associadas no desenvolvimento de seus conceitos.

Fonte: UNIJUI

Nesta, observando a frase: “sendo esta fundamental para o desenvolvimento do trabalho dos demais tipos de geometria...”, pode-se dizer que não ficam claros quais os demais tipos de geometria que menciona, há pequeno indício, mas não é explicitado aspectos voltados ao ensino de geometria não euclidiana.

No decorrer dessa pesquisa foi possível constatar que todos os referenciais teóricos sugerem a abordagem de geometrias não euclidianas no processo de formação de professores, entretanto é visível a deficiência das propostas curriculares dos cursos das IES consideradas. Talvez alguns cursos até abordem esta geometria, mas, é possível conjecturar, que não se deram conta da importância de completar e mencionar em suas propostas curriculares. Fernanda Martins em sua pesquisa sobre a História da Matemática coloca que:

É fato que o estudo das geometrias não euclidianas normalmente não é abordado nos cursos de Licenciatura Matemática, o que explica o espanto de muitos professores ao tomarem conhecimento dessa nova geometria, já que a geometria de Euclides é aprendida e ensinada como única e absoluta geometria existente. (MARTINS, 2009, p. 8)

Concordo com a autora e a pesquisa desenvolvida também apontou para esta conclusão. Os licenciandos precisam sair da instituição de ensino com uma visão diferenciada acerca dessas geometrias, isso possibilitará a formação de profissionais capazes de preparar e desenvolver aulas mais criativas, dinâmicas e ricas em descobertas e aprendizado, considerando o campo da geometria a partir das diferentes geometrias.

Considerações Finais

Esta pesquisa teve como intencionalidade analisar os cursos de Licenciatura em matemática do Rio Grande do Sul e identificar como a Geometria aparece nesses cursos, de que forma a Geometria é proposta e se os referidos cursos, de alguma forma, contemplam elementos da Geometria não Euclidiana no processo de formação do

professor. Levando-se em consideração o referencial teórico utilizado, com os dados empíricos produzidos durante a elaboração da pesquisa, tornou-se possível algumas considerações acerca da temática.

A pesquisa realizada aponta que os cursos de licenciatura em matemática das dezesseis IES pesquisadas apresentam disciplinas cujo nome consta o termo Geometria. As mais comuns entre os cursos são Geometria Analítica, Geometria Plana e Geometria Espacial, estas representam no geral 68% do total de disciplinas ofertadas pelos cursos e em sua grande maioria as geometrias aparecem como componente obrigatório na Proposta curricular.

A pesquisa possibilita a constatação de que a Geometria analítica é a mais ofertada nos cursos, aparece com um percentual de 26%, em seguida a Geometria Plana com 22%, pós temos a Geometria Espacial com 20%, sendo assim pode-se perceber que mais da metade das geometrias ofertadas nos cursos de matemática tem seu foco na geometria Euclidiana de forma explicita. As demais abordagens representam 32% das geometrias.

Outro ponto de análise considerado foi a indicação nas propostas das IES quanto o uso de recursos tecnológicos e de materiais como régua, compasso entre outros no ensino das geometrias Euclidianas. A pesquisa indica que o numero de disciplinas cujas ementas trazem o uso de recursos tecnológico e materiais não chega a metade das que foram consideradas. Em um mundo onde a globalização e a tecnologia têm evoluído muito rapidamente, este é um número consideravelmente baixo, pois a própria pesquisa indica que os licenciados precisam ter essa base já na formação inicial.

Autores como Lupinacci e Botin (2004) defendem a “Resolução de Problemas” como uma metodologia de grande potencial no ensino da matemática, os referenciais curriculares para a Educação Básica também a consideram em suas orientações, porém nos cursos analisados a metade apresenta tratativas acerca da desta metodologia em suas propostas de ensino. No meu entendimento esta deveria ganhar uma atenção especial na formação do professor, pois quando explorada de forma adequada e criativa é de grande valia para o processo de ensino e de aprendizagem.

Outro foco de análise desta pesquisa considerou a oferta de Geometrias não Euclidianas nas Propostas Curriculares dos cursos. Para Leivas (2009):

[...] uma formação não pode ser puramente técnica, deve ir além, e para tal o conhecimento, por exemplo, de Geometrias Não Euclidianas ou de

Geometria Fractal poderá permitir a leitura e compreensão de mundo de forma mais atual.. (LEIVAS, 2009, p.241)

Este número sim é baixíssimo, pois somente 2% dos cursos mencionam Geometrias Não Euclidianas, sendo que as pouquíssimas ementas que abordam esta geometria trazem somente através de indícios e apenas uma deixa explícita tratativas desta geometria através da Geometria Fractal. Nesse contexto destacamos então a importância de componentes curriculares que considerem Geometrias não Euclidianas no Processo de Formação de Professores, uma vez que esta geometria traz novas formas de ensinar e de aprender matemática.

Referências Bibliográficas:

BRASIL. Parecer nº 1.302, **Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Matemática**, Bacharelado e Licenciatura. Brasília: CNE / CES, 2001.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas em Matemática**. São Paulo: Ática, 1991.

RIO GRANDE DO SUL. **Referencial Curricular, Lições do Rio Grande, Matemática e suas tecnologias**, 2009.

BRASIL. **Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. / Secretaria de Educação Média e Tecnológica – Brasília : MEC ; SEMTEC, 2002.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicações em sala de aula**. Tradução Paulo H. Colonese. 6 ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

LEIVAS, José Carlos Leivas **Imaginação, intuição e visualização: A riqueza de possibilidades da Abordagem Geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática**. Educação matemática em revista – PR. Ano 2009.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o ensino médio – Volume 2: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília, 2006.

FOSSA, John A. **Ensaio sobre a educação matemática**/John A. Fossa. – 2 ed.—São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011 p.139—148 —O que há de errado com o Quinto Postulado de Euclides?

SALLUM, É. M. **Fractais no ensino médio**. Revista do Professor de Matemática, SBM, São Paulo, nº 57, p. 1, 2005.

PEREZ, G. **A formação em geometria euclidiana nas licenciaturas em matemática estaduais de São Paulo.** s/a, p. 2.

LUPINACCI, M. L. V. e BOTIN, M. L. M. Resolução de problemas no ensino de matemática. Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, p. 1–5.

MARTINS, Eliane Aparecida. **Modelagem matemática: uma proposta metodológica para tornar a aula espaço de problematização, pesquisa e construção.** Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação Strictu Sensu em Educação. Universidade Católica de Brasília, DF, Brasil, 2009.

GODOY, Arilda Schmidt. **Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades.** Revista de Administração de Empresas. São Paulo, v.35, n.2, p.57-63 Mar./Abr. 1995.

Sites:

<http://emec.mec.gov.br/>.

<http://pt.wikipedia.org>