# A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: REFLEXÕES A PARTIR DE VIVÊNCIAS EM UM ESTÁGIO CURRICULAR SUPERVISIONADO[1]

Adriane Bossler [2]

**Resumo:** O presente artigo se constitui a partir de uma pesquisa que tem como objetivo ampliar compreensões acerca dos aspectos teóricos constitutivos da resolução de problemas como uma metodologia de ensino, a partir do seguinte questionamento: quais indícios da metodologia de ensino resolução de problemas se mostram no processo de ensino e de aprendizagem matemática, mais especificamente, no planejamento e no desenvolvimento de atividades desencadeadoras de aprendizagens que consideram o conceito de equações de 2º grau? O material empírico do estudo considera o relatório final de Estágio Curricular Supervisionado desenvolvido junto a uma turma do 9º ano do ensino fundamental. Para as análises serão consideradas as etapas propostas por Polya em 1978: a compreensão do problema; a elaboração de um plano; a execução do plano e a verificação dos resultados. As análises possibilitaram a percepção de que ao utilizar a metodologia de ensino de resolução de problemas é inevitável não passar pelas etapas descritas pelo autor, e quando a situação é bem trabalhada e explorada pelo professor, encontramos vários indícios e registros que indicam que os aspectos teóricos se concretizam na prática, auxiliando, dessa forma, a aprendizagem.

**Palavras-chave:** equação de 2º grau; estágio curricular supervisionado; metodologia de ensino; resolução de problemas.

## 1. Introdução

A resolução de problemas é uma das metodologias de ensino mais dinâmicas e eficazes para serem consideradas em aulas de matemática, pois, entre outros aspectos, possibilita ao aluno relacionar conceitos da matemática com outras áreas do conhecimento. Na resolução de um problema o aluno é instigado a elaborar estratégias de resolução, a usar o raciocínio lógico e, dependendo da situação, trabalhar em equipe. Estes elementos são fundamentais na formação integral de um educando.

O presente artigo se constitui a partir de uma pesquisa que tem como objetivo ampliar compreensões acerca dos aspectos teóricos constitutivos da resolução de problemas como uma metodologia de ensino, a partir do seguinte questionamento: quais indícios da metodologia de ensino resolução de problemas se mostram no processo de

---

[1] Este artigo foi elaborado para o Componente Curricular Prática de Ensino s/f Estágio Supervisionado V: Trabalho de Sistematização do Curso em Matemática – Licenciatura da UNIJUÍ – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, sob orientação da profª Isabel Koltermann Battisti.

[2] Licencianda em Matemática pela Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, UNIJUÍ.

ensino e de aprendizagem matemática, mais especificamente, em um planejamento e no desenvolvimento de atividades desencadeadoras de aprendizagens em uma turma de 9° ano, que consideram o conceito de equações de 2º grau?  O material empírico do estudo considera o relatório final de Estágio Curricular Supervisionado desenvolvido junto a uma turma do 9º ano do ensino fundamental.

## 2. Resolução de problemas como uma metodologia de ensino em aulas de matemática: alguns elementos teóricos

Utilizar metodologias como a resolução de problemas na sala de aula, além de tornar a aula atrativa e dinâmica, possibilita ao aluno exercitar suas práticas de grupo e seu raciocínio lógico, requisitos hoje importantes em diferentes atividades profissionais.

Para Polya, resolver problema é o tema mais importante para se fazer matemática, pois ao resolver um problema o aluno é levado a partir de descobertas a pensar matematicamente, e enfatiza que "Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema" (POLYA, 2006,  p. V).

A resolução de problemas considera o saber crítico nos alunos, fazendo com que eles desenvolvam o aprender, pois

> [...] baseia-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento. O ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes. (POZO e ECHEVERRÍA, 1988, p.09).

Assim, o aluno precisa exercitar várias habilidades, nas mais diferentes áreas do conhecimento para conseguir interpretar, analisar, elaborar a melhor estratégia ou plano a fim de encontrar a solução para a referida situação.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN -, a resolução de problemas, como eixo organizador do processo de ensino e de aprendizagem em Matemática, pode ser resumida a partir de alguns princípios, quais sejam:

> - a situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
> - o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
> - aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na História da Matemática;
> - um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular;
> - a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas" (BRASIL, 1998, p. 40-41)

Com base nesses princípios podemos entender a metodologia de resolução de problemas como metodologia de ensino para qualquer conteúdo matemático, e não meramente como um método para avaliar se ao aluno realmente aprendeu o conteúdo e sabe aplicar o conhecimento para resolver uma determinada situação, usando apenas fórmulas, cálculos ou técnicas. Sob estes entendimentos o aluno não aprende matemática para resolver problemas, mas se apropria de significações de conceitos matemáticos com e a partir da resolução de problemas.

Uma situação problema deve ser o ponto de partida da atividade matemática, na qual o aluno deve entender a situação, elaborar possibilidades de resolução e construir uma solução plausível.

Onuchic ressalta exatamente isso, quando afirma que:

> [...] o ponto de partida das atividades matemáticas não é a definição mas o problema; que o problema não é um exercício no qual o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou uma determinada técnica operatória; que aproximações sucessivas ao conceito criado são construídas para resolver um certo tipo de problemas e que, num outro momento, o aluno utiliza o que já aprendeu para resolver outros problemas; que o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas; que a Resolução de Problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas como orientação para a aprendizagem. (ONUCHIC, 1999, p. 25)

Além de considerar, portanto, que a metodologia de ensino de resolução de problemas, seja o ponto de partida para ensinar matemática, observa-se alguns aspectos para que o problema seja de fato interessante e instigante ao aluno. Para Dante, um problema é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos específicos para solucioná-la. O autor ressalta que o problema deve ser real e interessante, além de “[...] ser desafiador, mas possível de ser resolvido pelos alunos daquela série. Um nível de dificuldade muito além do razoável para uma determinada série pode levar os alunos a frustações e desânimos.” (DANTE, 1997, p.47).

Podemos, com isso, considerar que um bom problema deve ser capaz de instigar o aluno a resolvê-lo. Deve ser interessante, criativo, desenvolver seu pensamento e desafiá-lo constantemente, pois ao contrário ele ficará desmotivado. Em contrapartida, deve se observar para que o nível de dificuldade de um problema não fique além do nível de conhecimento para os alunos em questão, pois nesse caso, eles apenas irão observar a aula, sem qualquer noção do que está sendo feito e sem cogitar qualquer hipótese de resolução, o que não é o objetivo dessa metodologia de ensino, que presa pela participação e envolvimento do aluno.

De acordo com Polya, temos quatro etapas básicas nesse processo:

> Compreensão do problema – é preciso compreender o problema.
> Estabelecimento de um plano – precisamos encontrar a conexão entre os dados e a incógnita. Quando esta conexão não é visualizada de forma imediata podemos considerar problemas auxiliares.
> Execução do plano – o plano deve ser executado.
> Retrospecto – a solução obtida precisa ser analisada. (POLYA, 2006, p.4)

Para que o aluno seja instigado a pensar é importante que o professor, a medida que expõe a situação problema, faça questionamentos pertinentes, de forma que fatos ou detalhes da situação, antes despercebidos venham a tona e contribuam para o entendimento e resolução da questão.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a resolução de problemas pressupõe que o aluno:

> - elabore um ou vários procedimentos de resolução (como realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses);
> - compare seus resultados com os de outros alunos;
> - valide seus procedimentos. (BRASIL, 1998 p.41)

Com isso, podemos entender essas considerações como uma série de pequenos fatores que interferem na aprendizagem. Primeiramente a importância do aluno interpretar e entender a situação. Após isso, a condição de permear por várias áreas do conhecimento procurando algo já conhecido que possa auxiliá-lo nessa questão. Outro fator muito importante é a possibilidade de trabalho em grupo, permitindo ao aluno compartilhar conhecimentos, dar sugestões, fazer tentativas, pois isso, além do conhecimento matemático em si, traz amadurecimento, respeito à opinião alheia, exercício do raciocínio lógico, e base para o trabalho em equipe, requisito importante para futuros profissionais.

Ainda podemos mencionar a importância da comparação de resultados e dos métodos utilizados para tal, pois o que é problema para um aluno, pode não ser para outro, em virtude dos conhecimentos adquiridos, assim, valoriza-se o processo de resolução e não somente a resposta final.

Nessa metodologia de ensino, os problemas podem ser considerados não somente como um meio para aprender matemática, mas também como o primeiro passo para se fazer isso. Onuchic afirma que:

> [...] esta posição baseia-se na observação de que a compreensão aumenta quando: o aluno é capaz de relacionar uma determinada ideia matemática a uma grande variedade de contextos; o aluno consegue relacionar um dado problema a um grande número de ideias matemáticas implícitas nele; o aluno consegue construir relações entre as várias ideias matemáticas contidas num problema. (ONUCHIC, 1999, p.6)

Assim, o aluno vai aprendendo matemática, relacionando conceitos já dominados para tentar solucionar novas situações a que está exposto. Devem-se fazer conexões entre os diferentes ramos da matemática e, sempre que possível, entre outras áreas do conhecimento, dinamizando e abrangendo os mais diversos contextos. Com isso, além de aprender, o aluno consegue dar significado ao aprendizado, e fixa esses novos conceitos com mais facilidade.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 1999) fazem referência ao domínio do conhecimento necessário para que o professor consiga otimizar essa metodologia:

> Esse domínio passa por um processo lento, trabalhoso, cujo começo deve ser uma prolongada atividade sobre resolução de problemas de diversos tipos, com o objetivo de elaborar conjecturas, de estimular a busca de regularidades, a generalização de padrões, a capacidade de argumentação, elementos fundamentais para o processo de formalização do conhecimento matemático e para o desenvolvimento de habilidades essenciais à leitura e interpretação da realidade e de outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1999, p.41).

Relacionar problemas, contextos, teorias com conteúdos matemáticos é um desafio para o professor de matemática, que precisa estar muito bem preparado e ter domínio sobre os conceitos matemáticos em questão. Qualquer teoria ou livro didático estabelece qual conteúdo deve ser trabalhado e o que se deve fazer, mas a grande questão que exige muita dedicação e empenho do professor é: “como se deve fazer”. E para isso ele deve explorar possíveis situações, refletir sobre o método a ser aplicado e verificar qual o melhor caminho a ser utilizado, para conseguir formalizar as descobertas. Tudo isso exige tempo, compromisso e experiência em sala de aula.

## 3. Procedimentos metodológicos

A pesquisa que fundamenta o presente artigo apresenta uma abordagem qualitativa.

> A pesquisa qualitativa trata-se de uma atividade da ciência, que visa a construção da realidade, mas que se preocupa com as ciências sociais em um nível de realidade que não pode ser quantificado, trabalhando com o universo de crenças, valores, significados e outras construções profundas das relações que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis. (GODOY, 1995, p.58)

Com base nessas considerações, para desenvolver a pesquisa foi desenvolvido uma série de procedimentos, dos quais destaco que inicialmente, a partir de vários referenciais, foram realizados estudos acerca da metodologia resolução de problemas, visando a apropriação de seus elementos teóricos.

No decorrer desse processo foi definido como material empírico da pesquisa o relatório final de sistematização da disciplina Estágio Curricular Supervisionado: Matemática no Ensino Fundamental, produzido este pela própria pesquisadora, estágio o qual foi desenvolvido em uma turma do 9° ano do Ensino Fundamental, constituída de 16 alunos. O referido relatório contempla, entre outros, itens, o planejamento de 40 horas-aula e do relato reflexivo dessas aulas. O planejamento das aulas é dividido em pequenos blocos de aulas, divididos sempre de duas em duas aulas, de forma que contemplassem os períodos semanais da disciplina. O conteúdo considerado nestas aulas se relaciona à Equação do 2° grau. Nos relatos são problematizadas algumas situações vivenciadas nas referidas aulas, apresentados registros produzidos pelos alunos como também registros fotográficos de situações das aulas. O referido relatório também e composto por 5 textos com temáticas pertinentes às vivências do estágio, sendo eles: Texto 1: Ser Professor- de aluno a professor de matemática, o qual aborda a mudança de visão e perspectiva, nessa inversão de papeis entre aluno e professor; Texto 2: A Escola de Estágio e Caracterização da Turma, o qual apresenta as particularidades da turma e os documentos oficiais da escola; Texto 3: A matemática no Ensino Fundamental – Definição da Proposta Metodológica do Estágio; uma abordagem sobre o conteúdo de equações do 2° grau; Texto 4: Reflexão acerca do desenvolvimento da disciplina Estágio Curricular Supervisionado: Matemática no Ensino Fundamental, que contempla uma análise de práticas do período de estágio e o Texto 5: Sou Professor de Matemática, e Agora?, que considera reflexões e visão pessoal dessa experiência.

A partir da observação de recorrências e regularidades, no que se refere ao planejamento das aulas e na utilização da metodologia de resolução de problemas em várias situações, foi estabelecida a questão norteadora da pesquisa. Assim, na presente investigação são identificados e analisados indícios da metodologia de resolução de problemas que se mostram no processo de ensinar e de aprender matemática, considerando o estudo de equações do 2º grau.

A principal referência bibliográfica ao tema "Resolução de Problemas" é o matemático húngaro George Polya, nascido em Budapeste, no dia 13 de dezembro de 1887 e falecido em 7 de setembro de 1985, na cidade de Palo Alto, Califórnia. Polya foi um dos pioneiros da discussão da heurística da resolução de problemas. Escreveu um livro intitulado "How to Solve It", publicado em 1944 e traduzido no Brasil como "A Arte de Resolver Problemas".

A partir do estudo das obras de Polya (1978), Onuchic (1999), e das orientações apresentadas pelos PCN (BRASIL, 1998), vamos tomar por base para as análises o esquema apresentado por Polya (1978), segundo a edição de 2006, estudo esse trabalhado também por Dante (1997) em sua obra, que enfatiza as quatro etapas básicas da resolução de problemas e alguns questionamentos pertinentes para auxiliar os encaminhamentos, conforme o esquema a seguir:

1. Compreender o problema;
   - O que se pede no problema?
   - Quais são os dados e as condições do problema?
   - É possível fazer uma figura, um esquema ou um diagrama?
   - É possível estimar a resposta?

2. Elaborar um plano;
   - Qual é o seu plano para resolver o problema?
   - Que estratégia você tentará desenvolver?
   - Você se lembra de um problema semelhante que pode ajudá-lo a resolver este?
   - Tente organizar os dados em tabelas e gráficos.
   - Tente resolver o problema por partes.
3. Executar o plano;
   - Execute o plano elaborado, verificando-o passo a passo.
   - Efetue todos os cálculos indicado no plano.
   - Execute todas as estratégias pensadas, obtendo várias maneiras de resolver o mesmo problema.
4. Fazer a verificação.
   - Examine se a solução obtida está correta.
   - Existe outra maneira de resolver o problema?
   -É possível usar o método empregado para resolver problemas semelhantes? (DANTE, 1997, p.29)

É importante destacar que o autor nunca pretendeu sugerir que essas etapas seriam rígidas, fixas e infalíveis, devendo ser percorridas de maneira rigorosamente sequencial e nem que esse procedimento funcionasse como uma receita de bolo, mas que são estratégias que facilitam a elaboração de aulas me matemática, bem como a aprendizagem por parte do aluno.

A partir desta definição foram recortados do relatório excertos de situações problemas propostas e identificado no decorrer do relatório, seja nos relatos das aulas ou nos textos, elementos constitutivos das referidas etapas, estes materiais foram organizados na forma de tabela[3] para posterior análise. Os indícios observados em cada uma das etapas da metodologia de resolução de problemas no processo de ensinar matemática, a partir da construção dessa tabela em anexo em anexo facilita a observação de regularidades presentes nas atividades.

Assim, num primeiro momento, para cada etapa da resolução de problemas proposto por Polya (2006) foram recortadas situações de planejamento, dos relatos ou dos textos constitutivos do relatório. Pretende-se com isso facilitar a visualização do produzido no relatório e a contemplação ou não dessas etapas no processo de ensino e de aprendizagem de equação de 2º grau junto a esta turma de alunos.

Para indicar os referidos recortes no presente artigo utilizaremos a inicial P seguida da referida data, quando esse recorte for da parte do planejamento, exemplo: P (30/04) e, da mesma forma, inicial R seguida da data quando for pertencente ao relato das aulas, por exemplo: R (30/04). No caso de ser um recorte de uns dos textos, será utilizada a inicial T e o número do respectivo texto em questão, da seguinte forma: T5.

As quatro etapas da metodologia de resolução de problemas constituirão as unidades de análise dessa pesquisa, sendo o presente artigo é constituído de três itens ou capítulos, sendo que o primeiro discutirá a compreensão do problema, o segundo item a elaboração de um plano e a sua execução e o terceiro, a sua verificação. Acreditamos que a segunda e terceira etapa da metodologia de resolução de problemas estão inter-relacionadas entre si, e nem sempre se distingue nitidamente nesse relatório as a separação entre as etapas de planejamento e de execução por isso a opção de concentrar sua análise num mesmo capítulo.

## 4.A resolução de problemas no processo de ensinar e de aprender equações do 2º grau em aulas de matemática de um estágio curricular supervisionado

Ao perceber indícios da metodologia de ensino resolução de problemas em várias situações descritas no relatório de estágio, decidiu-se investigar e analisar se de fato as vivências das aulas do estágio consideradas na pesquisa apresentam os elementos apresentada por Polya (2006) e Dante(1997)  e quais indícios os evidenciam.

[3] Em apêndice.

### 4.1.Compreender o Problema

A análise do relatório e da tabela construída a partir de excertos desse documento indica que o início do estudo do conceito de equações do 2° grau, geralmente, se fez a partir da proposição de uma situação problema.

Um problema pode ser entendido como uma situação onde o sujeito se depara com uma questão, que ainda não sabe resolver usando os conhecimentos que já dispõe. Para o aluno compreender esse problema ou quando não consegue perceber detalhes e relações por conta própria, ele precisa ser estimulado a pensar, compreender a atividade proposta, para isso utilizar questionamentos é de grande valia, pois facilitam entendimentos.

Polya (2006, p.5), salienta algumas condições que devem ser observadas pelo professor na elaboração do problema, como: o enunciado verbal do problema, as partes principais do problema, a incógnita, os dados apresentados, figuras relacionadas, e as notações adequadas. Vemos como isso se apresenta nas duas situações apresentadas a seguir:

O cartão de crédito a seguir tem área total de 48 $cm^2$, e lados que correspondem a 6 cm e (x + 2) cm. Qual e equação que representa essa situação e que possibilita encontrar a área desse cartão?


1. Questionamentos:

- Que figura geométrica é representada pelo cartão de crédito?
- Quais as medida dos lados desse cartão?
- E qual a área desse cartão? Como se calcula essa área?
- Como é representado o valor desconhecido?
- É possível escrever uma expressão que represente essa situação?

Fonte: Recorte 1, P (31/03)

Um engenheiro encomendou para sua obra uma piscina retangular que tivesse área superficial total de $144m^2$ e com 10 m de comprimento a mais do que largura. Que expressão representa a área dessa piscina?

1. Questionamentos:

- Que formato tem essa piscina?
- Ela tem lados iguais?
- Quais são as medidas dos seus lados?
- E qual deve ser a medida da área?
- Como podemos representar o valor desconhecido?

Fonte: Recorte 2, P (31/03)

Nas situações apresentadas no Recorte 1 e no Recorte 2, a proposta é construir uma expressão que represente a situação, não sendo necessária sua resolução numérica, até porque no segundo caso surgirá uma equação do 2° grau, envolvendo $x^2$, a qual os alunos ainda não sabem resolver considerando a resolução da equação por procedimentos da Fórmula de Bháskara ou pela complementação do quadrado. O objetivo, segundo o planejamento desta aula, é introduzir o estudo das equações, que o aluno reconheça uma equação, como ela pode surgir, e quais as diferenças entre equações do 1° grau e do 2° grau. A seguir mais uma situação problema proposta:

Queremos fazer uma colcha de retalhos que seja do tamanho 2m de largura por 2 m de comprimento. Para isso temos 100 pedaços de retalhos de diversos tipos, cores e tamanhos, mas que devem ser cortados todos em forma de quadrados. Que medida deve ter a lateral de cada quadradinho para que sejam ocupados todos os 100 pedaços e o tamanho resultante da colcha seja o proposto?

1. Questionamentos:

- Que tamanho a colcha deve ter?
- Quantos retalhos temos?
- Qual o formato que esses retalhos terão?
- Essas medidas estão em metros ou centímetros?
- Vamos transformar as medidas ou trabalhar assim mesmo?

Fonte: Recorte 3, P (14/04)

Em situações problemas como essa, o professor deve-se assegurar de que os alunos entendam os dados, reconheçam a ou as incógnitas e as condições que devem ser consideradas, bem como, familiarizá-los com os elementos da situação, por isso tamanha importância dos questionamentos realizados para contribuir na compreensão da situação proposta.

Os problemas propostos são de nível médio de dificuldade, que é o ideal, não muito fácil que o aluno sai resolvendo sem estabelecer nenhuma estratégia e nem muito difícil que ele perca o interessa por achar que não é capaz de solucioná-lo. Essa é uma questão importante e precisa ser observada na escolha da situação problema. Van de Walle (2009, p. 79), sugere que o professor "[...] planeje problemas que você tenha certeza de que os alunos possam resolver. Evite criar um falso sucesso que dependa de você expor e mostrar o caminho a cada passo e obstáculo".

Ao que analisamos, essa etapa da metodologia de resolução de problemas é muito bem explorada nas situações apresentadas, a compreensão e a condução da resolução é embasada, principalmente, em questionamentos pertinentes ao problema que foram sistematizadas, de acordo com o relato das aulas, no coletivo da turma, de forma que todos pudessem colaborar e questionar sobre a situação. As questões propostas direcionam e orientam o pensamento do aluno a buscar algo que ele já conheça para ir organizando as ideias e compreendendo o que está sendo proposto.

Salientamos, ainda, o quão é importante a utilização de imagens, pois estas também podem ser lidas e contribuem, assim, na compreensão da situação proposta.

Vemos que nessas situações do relatório os questionamentos iniciam de forma abrangente, indicam um olhar para os dados do problema, para os valores que já são disponibilizados, direcionando ao que ainda falta saber, percepção da incógnita, se existe uma forma disso ser calculado, chegando por fim às questões específicas. Nessa situação em especial, o que de fato precisa ser feito para resolver o problema, ou seja, o estabelecimento de estratégias de resolução.

Não há registros no relatório se os alunos conseguiram formalizar as descobertas sem o auxilio dos questionamentos do professor. E isso deve ser observado e monitorado pelo professor, pois é importante para a autonomia do aluno ir evoluindo nessa capacidade. Mesmo assim, as análises indicam que a etapa “compreender o problema” está presente e bem explorada nas aulas apresentadas no relatório.

### 4.2.Elaborar e Executar um Plano

Após a interpretação dos dados do problema, do reconhecimento da situação proposta, é preciso estabelecer um plano e executá-lo, etapa essa onde o aluno coloca em prática suas habilidades e estratégias para tentar encontrar uma forma de resolução.

> Como mediador, é preciso que o professor encoraje seus alunos a ler, a investigar, a resolver problemas, a discutir, a questionar, a criar, a comparar, a perguntar, a comunicar suas ideias, descobertas e conclusões, tanto oralmente, como de forma escrita, usando símbolos ou elaborando textos, desenhos, esquemas e gráficos. (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 45).

No esquema apresentado por Polya, também é sugerida a elaboração de esquemas ou gráficos, que podem até mesmo ser esboços ou desenhos, e com certeza auxiliam e facilitam a visualização e, assim, a compreensão, da situação por parte do aluno.

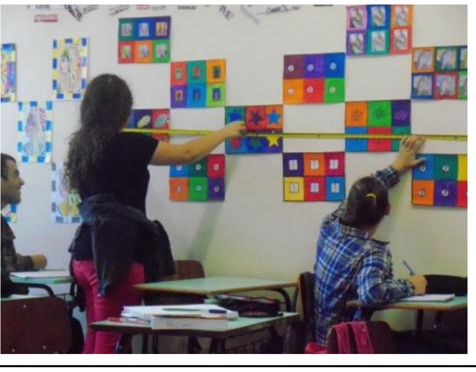
Na situação a seguir os alunos recebem um problema incompleto e precisam complementá-lo para só então resolvê-lo.

A nossa sala de aula tem área de ........... $m^2$. Queremos estender um tapete de .......... metros por ........... metros, de modo que se mantenha a mesma distância em relação às paredes em todos os lados. À que distância das paredes deve ser colocado esse tapete?

Sentamos em volta do tnt entendido na sala, que foi utilizado como sendo o tapete, e começamos a pensar, fui questionando eles até perceberem que tinham que medir o tapete e a sala.

Ótimo, levei as trenas, deixem que medissem. Arredondamos os valores e montamos no quadro um esboço da situação.(...)

Assim, foi bem mais tranquilo chegar a uma forma de montar e entender o problema. Depois disso, eles foram aplicando a Bhaskara e chegaram a resposta que seria o valor de 3m, pedi para que eles conferissem se realmente era esse valor e mediram para verificar. Ainda, depois da atividade, representamos de forma algébrica, substituindo os valores encontrados na equação para verificar a igualdade.



Fonte: Recorte 4, R (21/05)

Vemos a importância da autonomia do aluno que, de acordo com essa metodologia, não é mais somente um ouvinte, mas um participante direto da aula e que precisa estar atento e concentrado para entender e construir suas próprias significações. Os alunos são instigados a medir a sala de aula, para completar um problema e somente então analisar seus valores, elaborar uma estratégia e resolver a situação.

Onuchic e Allevato em sua obra consideram os alunos como:

> [...] co-construtores da matemática nova que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula. (ONUCHIC e ALLEVATO, 2011, p.84)

Como nessa atividade, onde eles literalmente fizeram o papel de co-construtores da atividade, pois tinham que primeiramente tirar as medidas para completar o problema e elaborar todo o plano de ação, assim participaram de todo o processo.

Conforme o Referencial Curricular do Rio Grande do Sul:

> [...] é preciso que o professor encoraje seus alunos a ler, a investigar, a resolver problemas, a discutir, a questionar, a criar, a comparar, a perguntar, a comunicar suas ideias, descobertas e conclusões, tanto oralmente, como de forma escrita, usando símbolos ou elaborando textos, desenhos, esquemas e gráficos. (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 45).

Em outro excerto do relatório, vemos que nem sempre os alunos entendem essa metodologia:

> Em todos os problemas precisávamos apenas chegar a uma equação do segundo grau, com o intuito de na próxima aula identificar dentre essas as completas e incompletas. (...)
>
> O Darlon, que é sempre mais avançado, já resolveu as do tipo $x^2 - c = 0$.
>
> Perguntei como ele tinha feito e respondeu:
>
> -*"mas é só tirar a raiz quadrada"*.
>
> Respondi que sim, que estava certo e na próxima aula a gente vai começar a trabalhar e resolver situações com esse tipo de equação do segundo grau.
>
> Ele não gostou e me respondeu:
>
> - *"mas a senhora fica só dando prévia e não resolve nada"*.
>
> Respondi que antes de resolvê-las nós vamos identificar os tipos de equações e seus elementos.
>
> Isso me chamou atenção, percebi que pra eles todo cálculo deve terminar em x = resultado. É difícil a compreensão de como surge uma equação e analisar seus elementos,

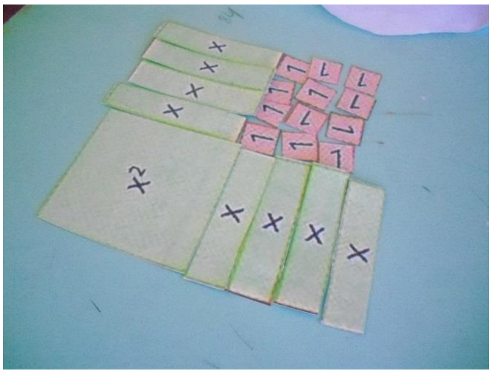
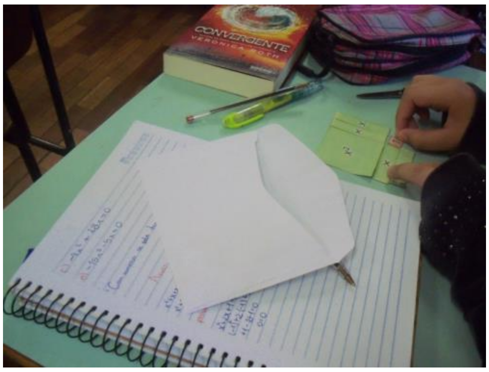
Fonte: Recorte 5, R (07/04)

Vemos que o aluno se sente desafiado a encarar essa realidade, que também encontra dificuldades devido a outros métodos que nem sempre exigem que ele chegue a uma solução concreta da situação proposta.

> Sobre os exercícios, eles tiveram bastante dificuldade em interpretar os dados do problema, depois de montar e organizar a equação a coisa anda, pois aí é só aplicar a Bhaskara, mas o problema está justamente na interpretação do que está sendo pedido. O Artur até me pediu:
>
> -*"profe, faz um modelo que depois a gente faz as outras".*
>
> Respondi que cada caso é diferente, e precisamos entender a proposta, botar a cabeça pra funcionar.

Fonte: Recorte 6, R (26/05)

Esse estranhamento de novas metodologias de ensino parecem mais difíceis para eles, pois a maioria dos alunos ainda está acostumada a um sistema de educação onde é seguido um modelo. São hábitos enraizados nas escolas e que aos poucos vão dando lugar a uma nova forma de pensar e aprender. Também é nessa etapa que o professor consegue perceber se de fato a compreensão do problema foi bem explorada, pois apesar de achar que está tudo entendido, quando chega o momento de elaborar um plano e executá-lo é que se percebem lacunas no entendimento da situação, como a situação apresentada anteriormente.

> Levei os quadrados inteiros, analisamos suas medidas e características, depois eles recortaram e colocaram as partes dentro do envelope para não perderem os pedacinhos.
>
> Depois começamos passo a passo montar cada equação conforme o planejamento. A primeira foi bem difícil, tive que retomar e explicar tudo de novo para que eles captassem o método, mas da segunda em diante foi bem mais tranquilo.(...)
>
> Conseguimos resolver as equações, e chegamos até a quarta situação onde o quadrado não é perfeito, aí precisamos achar um valor que completasse o trinômio.
>
> Durante a atividade o Vinícius disse:
>
> - *"a gente nunca trabalhou com essas coisas na aula de matemática, assim a gente precisa pensar bem mais pra resolver as coisas".*
>
> Perguntei se isso era bom ou não, ao que ele respondeu:
>
> -*"é bem mais difícil, mas é legal".*
>
> 
> 
>
> 
> 

Fonte: Recorte 7, R (28/04)

Nesse caso, foi introduzido o estudo das equações do 2° grau completas e sua resolução a partir do método de completar quadrados.

Percebemos, pela análise de aspectos apresentados no relatório, que essa metodologia diferenciada é um desafio para o professor e para o aluno, mas muito eficaz na aprendizagem. Isso se percebe ainda mais quando são levados materiais diferenciados ou manipuláveis para a aula, o aluno matematiza a situação e esta é representada com materiais, o que possibilita a visualização do processo de resolução.

Nessa situação, segundo o planejamento, o objetivo era representar alguns trinômios quadrados perfeitos, que sempre formavam a figura de um quadrado completo. Mas depois, a análise das atividades propostas no planejamento, indica que foi aumentando a dificuldade, os trinômios apresentados já não formavam um quadrado completo, e a partir disso foi trabalhado nos materiais apresentados e também de forma algébrica o método de completar quadrados, para formar trinômios quadrados perfeitos e resolver as equações do 2° grau. Dessa forma possibilitou aos alunos a elaboração de estratégias e execução do plano de resolução de problemas simultaneamente, com base nos passos das atividades anteriores. Conforme Polya, temos:

> Realmente, o principal feito na resolução de um problema é a concepção da ideia de um plano. Esta ideia pode surgir gradualmente ou, então, após tentativas infrutíferas e um período de hesitação, aparecer repentinamente, num lampejo, como uma “ideia brilhante”. A melhor coisa que pode um professor fazer por seu aluno é propiciar-lhe, discretamente, uma ideia luminosa. As indagações e sugestões que passamos a discutir tendem a provocar tal ideia. (POLYA, 2006, p.7)

Vimos que os alunos acharam difícil a metodologia no início, tiveram alguns insucessos, mas depois, as análises dos relatos das aulas, indicam que a partir dos erros anteriores, foram construindo conceitos e a própria resolução das equações do 2° grau pelo método de completar quadrados de uma forma que trouxesse significado pra aula. Para que isso fosse possível foi necessário considerar o erro do aluno, trabalhar as diversas possibilidades e com isso encontrar a melhor solução para o problema.

Dessa maneira, os alunos também se sentem desafiados a tentar encontrar uma saída plausível, como o próprio aluno mencionou que era difícil, mas era legal. Segundo Dante, as situações problemas:

> [...] aguçam a curiosidade do aluno e permitem que o mesmo desenvolva sua criatividade, a sua iniciativa e seu espírito explorador. E, principalmente, inicia o aluno ao desenvolvimento de estratégias e procedimentos para resolver situações-problema o que, em muitos casos é mais importante que a própria resposta correta das mesmas. (DANTE,1997, p.59).

Como na situação acima citada, onde os alunos tinham que usar a criatividade e descobrir a representação da equação com os materiais manipuláveis e depois resolver de forma algébrica, o que se tornava o processo de resolução muito mais fácil.

Além disso, é importante que o professor esteja atento ao processo de resolução, e que:

> [...] atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho. (ONUCHIC e ALLEVATO, 2011, p.84)

Durante o processo de resolução é inevitável que surjam dúvidas, desde operações, sinalizações ou conteúdos relacionados. Quando foram trabalhadas as Equações do 2° grau, a partir do cálculo de área, é necessário que o aluno tenha conhecimentos em geometria para dar conta dos cálculos, bem como operações de produtos notáveis, pois surgem expressões que precisam ser resolvidas para dar surgimento as equações quadráticas. A parte de radiciação também é explorada na resolução de equações incompletas e posteriormente na utilização da fórmula de Bhaskara. Enfim, conforme a metodologia de resolução de problemas enfatiza, o aluno precisa acionar vários conhecimentos para resolver uma situação e descobrir algo novo, a qual mostra a importância dessa etapa ser bem explorada pelo professor, para que a resolução de problemas não se prenda a uma solução mecânica de lista de exercícios, não contribuindo para a formação do aluno, mas que ela possa de fato entender e acompanhar o processo desde o início, significando novos conceitos.

O professor precisa analisar quais conteúdos a situação problema envolve e se esse aluno domina esses conceitos até o momento, deve também auxiliar no processo e ao mesmo tempo direcionar o raciocínio do aluno para o conteúdo que deseja de fato trabalhar, fazendo perguntas pertinentes, promovendo a sistematização, verificando, estimulando e promovendo o trabalho em grupo.

As etapas de planejar e executar o plano tornam-se bem mais tranquilas quando a compreensão do problema é bem trabalhada. Quando o aluno entende a proposta, ele sabe exatamente o que está procurando, e que aquele valor encontrado corresponde a solução de um problema ou de uma situação que até então ele não sabia resolver, ou em contrapartida, é nessa hora que se percebe que ele não compreendeu bem o problema e precisa de uma retomada do assunto.

Dante enfatiza que:

> Uma aula de matemática onde os alunos, incentivados e orientados pelo professor, trabalhem de modo ativo – individualmente ou em pequenos grupos- na aventura de buscar a solução de um problema que os desafia é mais dinâmica e motivadora do que a que segue o clássico esquema de explicar e resolver. O real prazer de estudar matemática está na satisfação que surge quando o aluno resolve um problema [...]. Um bom problema suscita a curiosidade e desencadeia no aluno um comportamento de pesquisa, diminuindo sua passividade e conformismo. (DANTE, 1997, p.13)

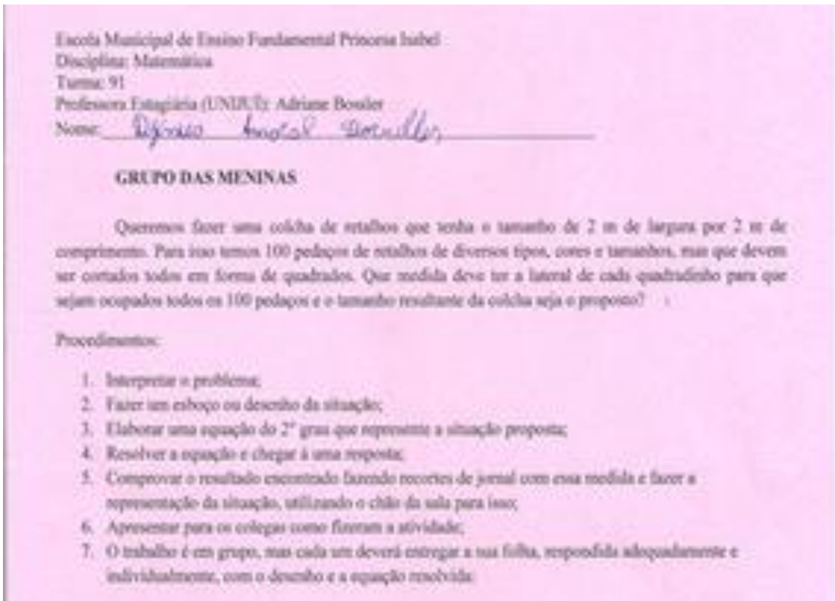
Analisando as situações propostas juntamente com os registros e comentários dos alunos, principalmente a situação problema do tapete, vemos que as etapas de planejar e executar o plano, foram bem exploradas, e que os alunos forma instigados a participar da aula de uma forma dinâmica, precisaram medir, analisar, entender, planejar e resolver a situação, características essas fundamentais expostas por Dante (1997) e Polya (2006) em seu esquema de resolução de problemas.

## 4.3.Fazer a Verificação

O processo de verificação é extremamente importante em qualquer processo de aprendizagem. Na matemática, existe a possibilidade de fazer a verificação através do cálculo, comprovando sua veracidade, e também pode ser explorada com atividades práticas como as descritas no relatório do estágio.

É importante observar que nem sempre o processo de resolução escolhido pelo aluno é o mais adequado, mas isso não deve ser repreendido, muito pelo contrário, deve ser aproveitado pelo professor, valorizando e abordando os próprios erros, colocando em questionamento se aquela é de fato a melhor estratégia, para que em conjunto com os demais eles mesmos cheguem à conclusão que é melhor tentar outra solução mais adequada.

Na atividade descrita no Recorte 3 desse artigo, os alunos precisavam calcular as dimensões de retalhos de uma colcha, e após o cálculo feito, foram representados com recortes de jornais. Desta forma os alunos puderam formalizar e visualizar a resposta encontrada, através da montagem desses recortes no chão da sala.



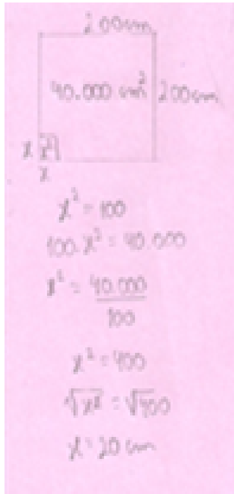
Escola Municipal de Ensino Fundamental Princesa Isabel
Disciplina: Matemática
Turma: 91
Professora Estagiária (UNIJUÍ): Adriane Bossler
Nome: [illegible]

**GRUPO DAS MENINAS**

Queremos fazer uma colcha de retalhos que tenha o tamanho de 2 m de largura por 2 m de comprimento. Para isso temos 100 pedaços de retalhos de diversos tipos, cores e tamanhos, mas que devem ser cortados todos em forma de quadrados. Que medida deve ter a lateral de cada quadradinho para que sejam ocupados todos os 100 pedaços e o tamanho resultante da colcha seja o proposto?

Procedimentos:

1. Interpretar o problema;
2. Fazer um esboço ou desenho da situação;
3. Elaborar uma equação do 2º grau que represente a situação proposta;
4. Resolver a equação e chegar à uma resposta;
5. Comprovar o resultado encontrado fazendo recortes de jornal com essa medida e fazer a representação da situação, utilizando o chão da sala para isso;
6. Apresentar para os colegas como fizeram a atividade;
7. O trabalho é em grupo, mas cada um deverá entregar a sua folha, respondida adequadamente e individualmente, com o desenho e a equação resolvida.




Fonte: Recorte 8, R(16/04)

Ainda sobre a atividade anterior, são encontrados os seguintes registros:

> Eles tiveram um pouco de dificuldade para trabalhar com as medidas, pois falava em metros e o resultado dava números com vírgula, mas expliquei que era a mesma resposta, mas seria melhor tentarem transformar já no início para centímetros e trabalhar dessa forma para chegar na resposta de uma forma mais fácil.
>
> Aí sim foi mais tranquilo, eles resolveram toda a equação(...)
>
> Depois disso partimos para os recortes, expliquei que a medida encontrada, se realmente estiver certa, vai ter que dar a medida total que dizia no problema, quando todos os pedaços forem juntados.(...)
>
> Depois disso, eles montaram no chão da sala todos os pedaços para montar a colcha de retalhos. Alguns comentários do tipo:
>
> -*“Ai que legal”.*
>
> -*“Pior que dá certo a medida mesmo”.*

Fonte: Recorte 9, R(16/04)

Vemos a importância de conferir os resultados, tanto de forma algébrica, como no caso acima de forma criativa, um trabalho manual que comprovou a resposta obtida e simbolicamente a situação dos retalhos da colcha.

Polya valoriza muito essa etapa da metodologia de resolução de problemas quando afirma que:

> Até mesmo alunos razoavelmente bons, uma vez chegados à solução do problema, e escrita a demonstração, fecham os livros e passam a outro assunto. Assim fazendo, eles perdem uma fase importante e instrutiva do trabalho da resolução. Se fizerem um retrospecto da resolução completa, reconsiderando e reexaminando o resultado final e o caminho que levou até este, eles poderão consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas. (POLYA, 2006, p. 12)

Portanto, sempre que for possível, é de grande valia, executar essa etapa, fazendo o retrospecto para consolidar o conhecimento, como o próprio autor menciona.

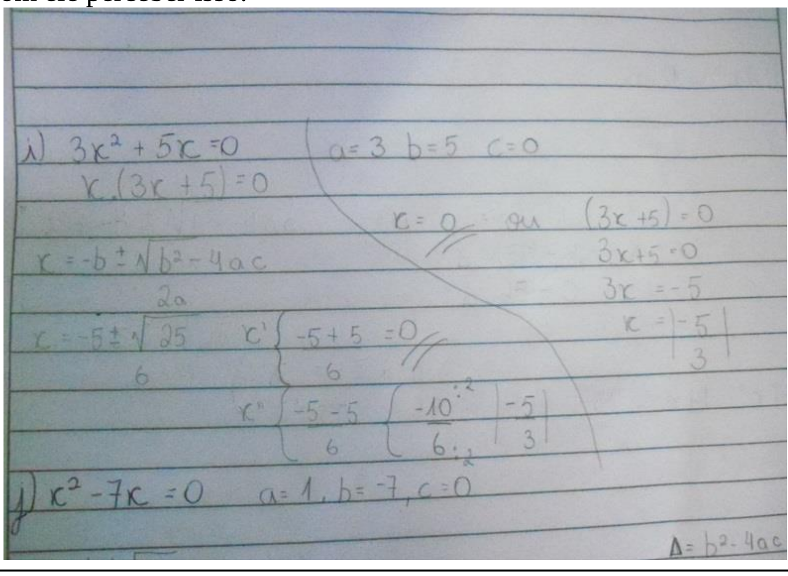
Encontramos também registros interessantes sobre resoluções alternativas ou diferentes das propostas pelo professor.

Corrigimos os exercícios que eles deveriam ter feito em casa, mas a maioria não fez, então dei uns minutinhos para que eles fizessem em aula e depois partimos para a correção.

Numa das questões que era uma equação incompleta, o Darlon (que havia feito todas em casa), disse:

-*"Profe, mas essa dava para fazer do outro jeito, né? Não precisava usar a Bhaskara".*

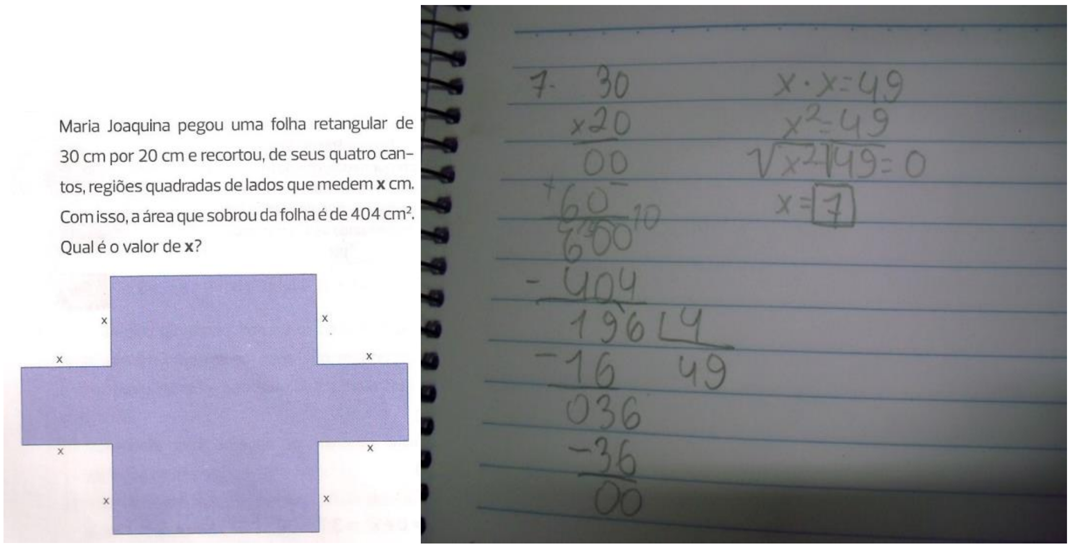
Perguntei se ele havia feito da outra forma, ao que ele respondeu que havia resolvido das duas formas, para conferir a resposta. Perfeito, o elogiei e disse que foi muito bom ele perceber isso.




Fonte: Recorte 10, R(12/05)

É imprescindível aproveitar oportunidades de ensino quando isso acontece e o aluno percebe, tem aqueles alunos que resolvem usando diferentes estratégias, como no registro do caderno de um aluno no Recorte 10, onde ele resolveu a equação do 2°grau pelo método de colocar em evidência o termo comum e também pela fórmula de Bhaskara.

Ou ainda casos onde o aluno resolve por raciocínio lógico, sem a utilização da fórmula de Bhaskara, mesmo depois de conhecer a fórmula, que haverá cálculos complexos onde ela é indispensável, mas em outros casos a maneira de resolver torna–se muito mais simples sem a sua utilização, como também é apresentado no excerto a seguir onde o aluno realiza o cálculo utilizando o raciocínio lógico.




Fonte: Recorte 11, R (21/05)

Oportunidades como essa não devem passar em branco, o professor precisa estar atento a essas situações e socializar com os demais alunos, valorizando as diferentes formas de pensar. Não há registro no relatório se a socialização foi feita para o grande grupo ou simplesmente percebida pelo professor, mas sugere-se que isso seja feito de forma a incentivar e estimular diferentes formas de resolução de um mesmo problema.

Em contrapartida, sobre o processo de verificação, salienta-se que nem sempre há possibilidade de materializar essa verificação, mas no mínimo a conferência do cálculo é extremamente importante, como no caso a seguir:

Um engenheiro encomendou para sua obra uma piscina retangular que tivesse área superficial total de $144m^2$ e com 10 m de comprimento a mais do que a largura. Que expressão representa a área superficial dessa piscina?

Fonte: Recorte 12, P (31/03)

A verificação não foi possível, pois os alunos ainda não sabiam calcular equações do 2° grau. Ao que consta a atividade era para apenas utilizar as incógnitas e ver como pode surgir uma expressão ou equação quadrática, não concluindo o cálculo em si. Sobre essa atividade consta ainda no planejamento:

Nesse momento, provavelmente os alunos ainda não conseguiram perceber como resolver essa equação com o novo elemento "$x^2$". Portanto vamos pedir aos alunos para que deixem um espaço no caderno, e assim que chegarmos à parte da resolução desse tipo de equação, vamos retomar essa questão e concluí-la.

Fonte: Recorte 13, R (31/03)

Teria sido interessante retornar a essa questão algumas aulas depois e ter feito de fato a realização do cálculo e sua verificação, mas não encontramos nenhum registro se isso de fato ocorreu.

Para o desenvolvimento e eficácia das etapas o professor deve estar atento aos pequenos detalhes e às dúvidas que surgem durante todo o processo. Enfatizar e valorizar as verificações em grande grupo é importante e uma ótima forma de formalizar os conceitos abordados.

## 5.Considerações Finais

A partir desta pesquisa foi possível perceber que em vários momentos distintos do relatório estão presentes situações que evidenciam e apresentam indícios da metodologia de resolução de problemas durante o seu processo.

A etapa de compreensão do problema foi muito bem explorada em vários momentos, embasada principalmente em questionamentos feitos aos alunos no grande grupo, os quais auxiliam na exploração de todos os dados do problema e também do que está sendo pedido. Algumas fragilidades no atendimento dessa etapa, muitas vezes, só são percebidas ao passar para os próximos passos, que são: a elaboração de um plano e sua execução. É nesse momento que o professor consegue analisar se, de fato, o aluno compreendeu ou não o problema.

A elaboração de estratégias e a execução do plano, as duas etapas que foram trabalhadas no mesmo item, são as mais trabalhosas dessa metodologia, mas tornam-se tranquilas quando a primeira etapa, da compreensão do problema é trabalhada adequadamente e é desenvolvida pelos alunos. As análises indicam que várias situações exigiram dos alunos conhecimento, atitude, interesse, e empenho, o que de fato os torna os sujeitos ativos da aprendizagem.

Ainda foi possível perceber, a partir das análises empreendidas, que atividades dinâmicas que consideram a utilização de materiais alternativos, também são fatores importantes que contribuem na aprendizagem e na representação das situações propostas. Estas foram sabiamente utilizadas durante o estágio, as quais, além de tornarem as aulas mais dinâmicas, conseguem captar a atenção da turma, trazendo uma nova perspectiva de ensino e de aprendizagem, que segundo depoimentos dos próprios alunos, exigem mais esforço e atenção, mas eles gostam e, consequentemente, se colocam como aprendizes.

Sobre a etapa de verificação dos resultados podemos concluir que em algumas atividades foram desenvolvidas considerando a representação algébrica, em outros casos em forma de prática, como a dos recortes dos jornais, que confirmou o resultado obtido. Mas, vimos também uma situação-problema abordada no início do estágio, para introduzir o conteúdo de equações, que ficou para ser concluída, mas não foi retomada em aula, o que pode ter deixado lacunas em aberto, e isso deve ser evitado, pois a verificação é extremamente importante e não deve ser desprezada pelo professor.

Por fim, entendemos que nem sempre todas as etapas se apresentam em todas as situações de forma explícita, mas a análise de excertos do relatório do estágio indicam que há indícios das etapas na resolução das situações problemas apresentadas no relatório. É possível ainda, indicar que as aulas, as quais envolveram o conceito de equação de 2º grau, foram produtivas, mas para a excelência no aprendizado apontamos que é preciso observar mais os pequenos detalhes. Entre eles, a confirmação do entendimento da situação problema pelo aluno, para só então passar para a elaboração de um plano e sua execução e também, outro aspecto a ser considerado é a verificação dos resultados, ela não pode ser ignorada, pois quando isso acontece o professor perde uma grande oportunidade de sistematização e análise dos resultados e, dessa forma, concretizar e criar significados para a situação de aprendizagem.

A pesquisa aqui apresentada configurou-se como essencial para a formação de professora de matemática, primeiramente no que se refere a pesquisa sobre a metodologia de ensino de resolução de problemas, pois, por mais que durante o curso de graduação fosse tratada essa metodologia, foi na pesquisa que se efetivou um aprofundamento teórico e prático. E em outro aspecto relevante da pesquisa se refere a sua contribuição para que a experiência de estágio fosse analisada, observando potencialidades, equívocos e fragilidades, possibilitando com isso, oportunidades de aperfeiçoamento e melhorias ou alterações nos aspectos que deixaram a desejar.

**Referências Bibliográficas**

BRASIL. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio. Brasília: MEC, 1999.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e Quarto Ciclo do Ensino Fundamental. Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DANTE, L.R. Didática da Resolução de Problemas de Matemática. São Paulo: Ática, 1997.

GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. In: Revista de Administração de Empresas. São Paulo: v.35, n.2, p. 57-63, abril 1995.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. Bolema, Rio Claro, SP, 2011. p 76-98.

ONUCHIC, L.R Ensino-Aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: Bicudo, M.A.V. Pesquisa em Educação Matemática: Concepção & Perspectivas. São Paulo, UNESP, 1999.

POLYA, G. A Arte de Resolver Problemas. Editora Interciência. Rio de Janeiro, 2006.

POZZO, J. I.; ECHEVERRIA, Maria de P.P. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. 1988.

RIO GRANDE DO SUL, Secretaria de Estado da Educação, Departamento Pedagógico.

Referenciais Curriculares do Estado do Rio Grande do Sul: Matemática e suas Tecnologias / Secretaria de Estado da Educação. Porto Alegre> SE/DP, 2009.

WALLE, John A. Van de. Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução Paulo Henrique Colonese – 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

## APÊNDICE

## Quadro produzido na Pesquisa

| | Etapas da metodologia de resolução de problemas | | | |
|---|---|---|---|---|
| Situação problema | Compreender o problema | Elaborar um Plano | Executar o Plano | Fazer a verificação |
| "Um engenheiro encomendou para sua obra uma piscina retangular que tivesse área superficial total de $144m^2$ e com 10 m de comprimento a mais do que a largura. Que expressão representa a área superficial dessa piscina?" (P31/03) | Questionamentos propostos no planejamento: "-Que formato tem essa piscina? -Ela tem lados iguais? -Quais são as medidas dos seus lados? -E qual deve ser a medida da área?" (P 31/03) | O aluno precisa saber como se calcula a área de uma figura quadrangular, envolvendo conhecimentos de geometria, e álgebra ao tentar representar o valor desconhecido e assim montar uma expressão que represente a situação. | É preciso resolver a multiplicação dos termos envolvendo, assim, produtos notáveis. Chegar-se-á numa expressão ainda não conhecida, envolvendo o elemento $x^2$. O aluno ainda não consegue solucioná-la, a partir dos conhecimentos até então adquiridos. Mas a ordem do problema é encontrar uma equação que represente a situação e não o resultado numérico. Registro de um comentário de aluno: "mas a senhora fica só dando prévia e não resolve" (R31/03) | Não é possível, pois o aluno não tem condições de terminar o cálculo. Ele apenas descobre o que é uma equação do segundo grau e como surge a incógnita elevada ao quadrado. "examinamos algumas equações e as semelhanças entre elas. Os alunos somente não repararam no sinal de igualdade presente, o qual foi necessário mencionar, para definir o conceito de equação e registrar no caderno."(R31/03) |
| "Queremos fazer uma colcha de retalhos que seja do tamanho 2m de largura por 2 m de comprimento. Para isso temos 100 pedaços de retalhos de diversos tipos, cores e tamanhos, mas que devem ser cortados todos em forma de quadrados. Que medida deve ter a lateral de cada | Questionamentos feitos aos alunos: "-quantos pedaços de retalhos temos? -que tamanho a colcha deve ter? -Essas medidas estão em metros ou centímetros? -Vamos transformar ou trabalhar assim mesmo?"(P14/04). | O aluno precisa entender que a medida que se quer descobrir é a largura de cada um desses quadradinhos de retalhos, e esse valor desconhecido ele pode representar por uma incógnita, e assim montar uma equação. Nesse problema é | Após montar a equação do 2° grau que representa a situação, o aluno deverá resolvê-la. É uma equação incompleta. O aluno deve utilizar os conhecimentos de radiciação para isolar a incógnita e, através do método aditivo e multiplicativo da igualdade, extrair | Como forma de verificar, os alunos, em grupo, recortaram jornais, nas medidas encontradas na solução do problema e materializaram a situação, colocando esses pedaços no chão, conferindo as medidas e a quantidade de peças utilizadas, |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| quadradinho para que sejam ocupados todos os 100 pedaços e o tamanho resultante da colcha seja o proposto?”(P14/04) | | trabalhado com unidades de medidas e transformações e cálculos de área. | a raiz quadrada para obter a solução.<br>(R 16/04) | que representavam os retalhos. Foi possível comprovar e visualizar a resposta encontrada para o problema.<br>Comentário de um aluno:<br>-“Ai que legal, pior que dá certo a medida mesmo”. (R 16/04). |
| “A nossa sala de aula tem área de .................. $m^2$. Queremos estender um tapete de .......... metros por ........... metros, de modo que se mantenha a mesma distância em relação às paredes em todos os lados. À que distância das paredes deve ser colocado esse tapete?” (P 21/05) | Para compreender o problema o professor deve dirigir questionamentos:<br>“-Quais medidas precisamos?<br>-Qual a área da sala de aula?<br>-Como calculamos essa área?<br>-E qual a medida do tapete?<br>-O que precisamos saber?<br>-Que medida é essa?<br>-Ela deve ser igual em todos os lados?” (P 21/05) | Para iniciar é preciso completar os dados do problema. Os alunos precisam medir a sala de aula e o tapete, de maneira que possam montar uma estratégia de resolução e fazer um desenho ou esboço da situação para facilitar a visualização e a representação dessas medidas.<br>(R 21/05) | “Direcionar os questionamentos de forma que os alunos cheguem à seguinte representação dessa situação:<br>Lado x lado= área<br>(x + largura do tapete + x) . (x + comprimento do tapete + x) = área total.<br>Com a substituição das medidas de largura, comprimento e área da sala, podemos chegar num produto notável que dará origem a uma equação do 2° grau completa e o valor encontrado para x, através da utilização da fórmula de Bháskara será a medida que o tapete deverá ficar distante das 4 paredes.” (P21/05) | É possível estender o tapete no meio da sala e verificar se as medidas encontradas estão certas e se são iguais nos quatro lados.<br>A verificação algébrica também é explorada e, ao substituir os valores encontrados na equação inicial, a igualdade precisa ser mantida. |